



卓越工程师培养计划

■ 电工电子 ■

<http://www.phei.com.cn>



杜树春 编著



# 基于Proteus的

# 电路基础知识 快速入门



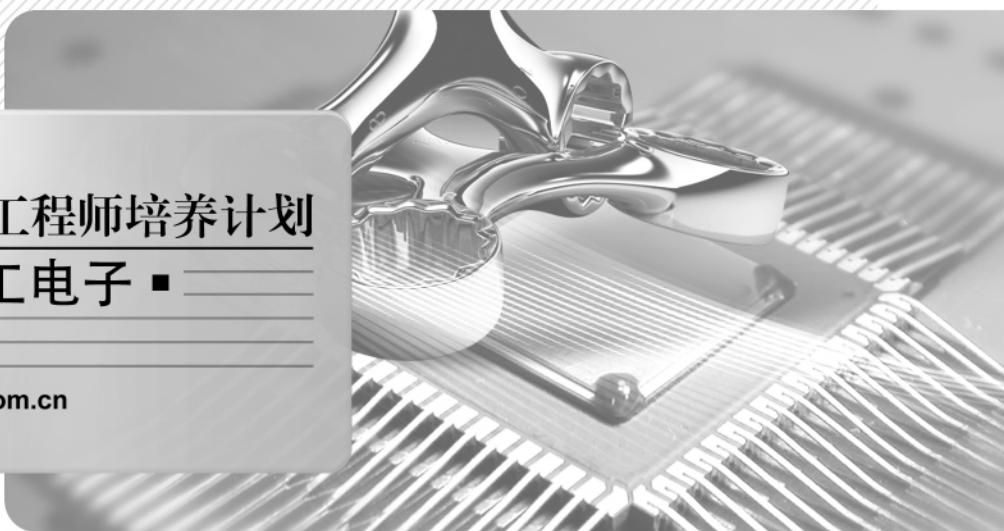
电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY



卓越工程师培养计划

■ 电工电子 ■

<http://www.phei.com.cn>



杜树春 编著



# 基于Proteus的 电路基础知识 快速入门

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是用 Proteus 软件调试和仿真直流电路和交流电路中例题及习题的集子。所用软件是 Proteus 7.5 版本。书中少数篇幅是使用 Proteus 软件直接解题的,大部分篇幅是对传统解题方法进行验算的。无论直接解题还是验算,所用的电路原理图都将提供给读者,读者可以重新解题,也可以重新验算。

本书共分六章,第 1 章是电路的基本概念和基本定律,第 2 章是直流电阻电路的分析,第 3 章是线性动态电路的暂态分析,第 4 章是单相正弦交流电路,第 5 章是谐振电路,第 6 章是三相电路。本书有三个附录,附录 A 介绍 Proteus 软件用法,对 Proteus 软件已熟悉的读者可以不看;附录 B 介绍 MATLAB 软件的使用法,里面有十几个与本书有关的 MATLAB 应用程序;附录 C 包含十几个与本书有关的 C 语言应用程序。

本书通俗易懂,特别适合初学者或入门者自学,尤其适合那些手头既没有电子元器件,也没有相应仪器设备,还没有调试电路经验的初出茅庐者。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有,侵权必究。

## 图书在版编目(CIP)数据

基于 Proteus 的电路基础知识快速入门/杜树春编著. —北京:电子工业出版社,2014.5  
(卓越工程师培养计划)  
ISBN 978-7-121-23069-1

I. ①基… II. ①杜… III. ①电子电路-计算机辅助设计-应用软件 IV. ①TN702

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 081877 号

策划编辑:张 剑(zhang@phei.com.cn)

责任编辑:刘真平

印 刷:三河市鑫金马印装有限公司

装 订:三河市鑫金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:13.75 字数:352 千字

印 次:2014 年 5 月第 1 次印刷

印 数:3 000 册 定价:39.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010) 88258888。

# 前 言

随着电子技术的飞速发展，电子设计的方式日新月异。电子设计软件 Proteus 是英国 Labcenter 公司开发的电子设计自动化（Electronic Design Automation, EDA）软件。Proteus 软件集强大的功能和简易的操作于一体，可实现数字电路、模拟电路、混合电路及多种单片机系统的仿真与调试。

用 Proteus 软件仿真或调试电子电路，可使用户在购买元器件之前就能选好电路方案，将电路调通，从而减少盲目性，节省时间和金钱。

电路基础或电工学这门课程和 Proteus 软件相结合在教学中有两大功用：

① 可以解题。方法：根据题目已知条件，用 Proteus 软件画出电路原理图，例如，要求电路中的电流或电压，就把虚拟电压表或电流表接入电路待测量处，执行仿真，电压表或电流表将显示待求的电压或电流值。

② 可以验算。你已经用传统解题方法求出题目答案，但不知道解得对不对。可以用 Proteus 软件仿真法验算，看算出的数值和测出的数值（实际值）是否相同。若两者一致，则表明计算无误；如果两者不一致，那就说明有问题。可能是计算问题，当然也可能是仿真问题。

本书是用 Proteus 软件调试和仿真直流电路和交流电路中例题及习题的集子。所用软件是 Proteus 7.5 版本。本书中少数篇幅是使用 Proteus 软件直接解题的，大部分篇幅是对传统解题方法进行验算的。无论直接解题还是验算，所用的电路原理图都将提供给读者，读者可以重新解题，也可重新验算。

本书由杜树春编著，正文共分六章，第 1 章是电路的基本概念和基本定律，第 2 章是直流电阻电路的分析，第 3 章是线性动态电路的暂态分析，第 4 章是单相正弦交流电路，第 5 章是谐振电路，第 6 章是三相电路。本书有三个附录，附录 A 介绍 Proteus 软件用法；附录 B 包含十几个与本书有关的 MATLAB 应用程序；附录 C 包含十几个与本书有关的 C 语言应用程序。

为便于读者阅读、学习，特提供本书实例下载资源，请访问 <http://yydz.phei.com.cn> 网站，到“资源下载”栏目下载。

目前，一般的工科院校电子、计算机、通信、机电等专业都开设电路基础或电工学课程，本书可作为学生学习电路基础或电工学的辅助教材。根据笔者的教学实践，在多媒体上采用 Proteus 软件讲解电子类的课程，包括数电、模电、电路基础及各种单片机系统，老师好教，学生好学。本书适合三部分人阅读或参考：一是学习电路基础或电工学的大、中专及高等职业学校、中等职业学校的在校学生；二是和电子专业有关的广大工程技术人员；三是广大电子科技爱好者。



本书通俗易懂，特别适合初学者或入门者自学，尤其适合那些手头既没有电子元器件，也没有相应的仪器设备，还没有调试电路经验的初出茅庐者。

在编写过程中，参考了许多国内外的优秀教材，例如，哈尔滨工业大学秦曾煌、姜三勇等老师主编的教材，并得到杜菲、姜鸿斌等同志的协助。在此，向以上单位和个人表示衷心感谢。

由于编著者水平有限且时间仓促，书中难免存在缺点和错误，恳请读者批评指正。我的电子邮箱为 dushuchun@263.net。

编 著 者

2013 年 9 月 17 日

# 目 录

第 1 章 电路的基本概念和基本定律	1
1.1 电路概述	1
1.2 电流、电压和功率	1
1.3 欧姆定律	3
1.4 电路的三种状态	4
1.5 基尔霍夫定律	5
1.6 欧姆定律及基尔霍夫定律应用举例	7
1.7 小结	10
第 2 章 直流电阻电路的分析	11
2.1 电阻的串联、并联和混联	11
2.2 电阻的星形与三角形电路的等效变换	14
2.3 两种电源模型的等效变换	17
2.4 支路电流法	20
2.5 节点电位法	21
2.6 网孔电流法	25
2.7 叠加定理	27
2.8 齐性定理	29
2.9 戴维南定理	31
2.10 诺顿定理	36
2.11 小结	38
第 3 章 线性动态电路的暂态分析	40
3.1 电感元件和电容元件	40
3.2 换路定律与初始值的计算	41
3.3 RC 电路的响应	43
3.4 RL 电路的响应	49
3.5 暂态分析的三要素法	53
3.6 微分电路与积分电路	57
3.7 小结	61
第 4 章 单相正弦交流电路	62
4.1 交流电的三要素	62
4.2 交流电的相量表示法	64
4.3 电阻元件上电压和电流的相量关系	69
4.4 电感元件上电压和电流的相量关系	71
4.5 电容元件上电压和电流的相量关系	74
4.6 电阻、电感、电容串联的电路	76

4.6.1	RLC 串联电路电流和电压的关系 .....	76
4.6.2	三个三角形 .....	78
4.6.3	多阻抗串联电路分析 .....	86
4.7	电阻、电感、电容并联的电路 .....	88
4.7.1	用阻抗法分析并联电路 .....	88
4.7.2	用导纳法分析并联电路 .....	90
4.8	电阻、电感、电容串并联的电路 .....	95
4.9	用相量法分析复杂正弦交流电路 .....	99
4.10	功率因数的提高 .....	106
4.11	小结 .....	109
<b>第 5 章</b>	<b>谐振电路</b> .....	110
5.1	串联谐振 .....	110
5.2	并联谐振 .....	114
5.3	谐振的应用 .....	119
5.4	小结 .....	121
<b>第 6 章</b>	<b>三相电路</b> .....	123
6.1	概述 .....	123
6.2	三相电源 .....	123
6.3	对称三相电路分析 .....	125
6.4	不对称三相电路分析实例 .....	129
6.5	三相电路的功率 .....	135
6.6	小结 .....	136
<b>附录 A</b>	<b>Proteus 软件用法</b> .....	138
A.1	进入 Proteus ISIS .....	138
A.2	工作界面 .....	139
A.3	Proteus ISIS 电路原理图设计 .....	145
A.4	Proteus ISIS 原理图设计中若干注意事项 .....	152
A.5	Proteus VSM 仿真工具简介 .....	154
A.6	用 Proteus 软件对电路作交互式仿真 .....	157
A.6.1	验证直流回路中的欧姆定律 .....	157
A.6.2	电压基准源 AD780 应用电路 .....	163
A.6.3	电容充放电回路 .....	167
A.7	用 Proteus 软件对电路作基于图表的仿真 .....	170
A.8	小结 .....	175
<b>附录 B</b>	<b>MATLAB 应用程序</b> .....	176
B.1	若干 MATLAB 应用程序 .....	176
B.2	程序使用方法 .....	179
<b>附录 C</b>	<b>C 语言实用程序</b> .....	193
C.1	若干 C 语言实用程序 .....	193
C.2	若干 C 语言实用程序使用方法 .....	199
<b>参考文献</b>	.....	211

# 第 1 章 电路的基本概念和基本定律

本章介绍电路的基础知识，包括以下内容：与电路有关的三个物理量——电流、电压和功率；电路的三种状态——开路状态、有载状态和短路状态；电路的三个定律——欧姆定律、基尔霍夫电流定律和电压定律。



## 1.1 电路概述

电路是电流流通的路径。

### 1. 电路的作用

电路的作用是进行电能的传输和转换，或是实现信号的传递和处理。

### 2. 电路的组成

电路由某些电气设备和元器件按一定方式连接组成。电路可分成电源、负载和中间环节三个部分。

电源是提供电能的设备，是电路工作的能源，电源的作用是将非电能转换成电能。

负载是用电设备，是电路中的主要耗电器件。负载的作用是将电能转换成非电能。

中间环节是指电源与负载之间的部分。

忽略电路元器件的次要因素，将其理想化，并用规定的电气图形符号表示即组成电路。



## 1.2 电流、电压和功率

### 1. 电流

电荷的定向运动形成电流（current）。电流的方向不变为直流电  $I$ ，方向和大小都变化为交流电  $i$ ，电流的大小用电流强度（current intensity）表示。

**【电流强度】** 单位时间内通过导体某一横截面的电荷量，即

$$i = \frac{dq}{dt}$$

在国际单位制（SI）中，电流的单位为安培（A）。有时，会用到千安（kA）、毫安（mA）或微安（ $\mu\text{A}$ ）等，其关系如下：

$$1\text{A} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}, 1\text{kA} = 10^3\text{A}$$

**【电流的方向】** 规定正电荷运动的方向为电流的实际方向，假设的电流流向称为电流的



参考方向。参考方向是人为规定的。当参考方向和实际方向相同时,  $I > 0$ ; 当参考方向和实际方向相反时,  $I < 0$ , 如图 1-1 所示。

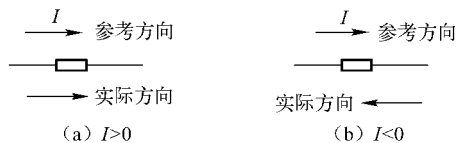


图 1-1 电流的方向

## 2. 电压

【电压】电场力将单位正电荷从电场中的  $a$  点移到  $b$  点所做的功, 称其为  $a$ 、 $b$  两点间的电压 (voltage)。直流电压用  $U_{ab}$  表示, 交流电压用  $u_{ab}$  表示。电压的单位为伏特 (V)。有时, 会用到千伏 (kV)、毫伏 (mV) 或微伏 ( $\mu\text{V}$ ) 等, 其关系如下:

$$1\text{V} = 10^3\text{mV} = 10^6\mu\text{V}, 1\text{kV} = 10^3\text{V}$$

【电压的方向】习惯上把电位降低的方向作为电压的实际方向。即实际方向定义为: 若电荷从  $a \rightarrow b$  为失去能量时, 方向为  $a \rightarrow b$ , 且  $a$  为+,  $b$  为-, 即  $a$  点为高电位,  $b$  点为低电位。所以电压的实际方向为从高电位指向低电位。

参考方向为人为规定。实际方向和参考方向二者的关系:  $u > 0$ , 相同;  $u < 0$ , 相反, 如图 1-2 所示。

【电压与电位】电压等于电路中两点间的电位差  $U_{ab} = U_a - U_b$ , 电位则是电路中某点到参考点之间的电压。

参考点的选择是任意的, 参考点的电位为零。工程上常选大地或机壳为参考点。如图 1-3 所示, 参考点是任意选择的一点 “ $\perp$ ” (零电位点, “接地” 点), 选  $b$  点为参考点, 则  $U_b = 0$ ,  $U_{ab} = U_a - U_b = U_a$ 。

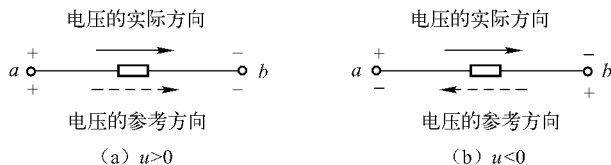


图 1-2 电压参考方向与实际方向的关系

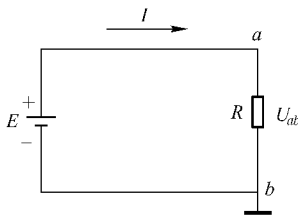


图 1-3 参考点的表示方法

**【注意】** 电位的单位与电压的单位相同, 均为伏特 (V)。

## 3. 功率

功率是电场力在单位时间内所做的功, 单位为瓦 (W)。

【关联参考方向】元件上电流和电压的参考方向一致。

$$P = UI \quad (1-1)$$

【非关联参考方向】电流和电压的参考方向不一致。

$$P = -UI \quad (1-2)$$

图 1-4 所示为关联和非关联方向示意图。 $P > 0$  吸收功率 (消耗功率) 为负载;  $P < 0$  发出功率 (产生功率) 为电源。

## 4. 电压、电流的关联参考方向

电压、电流的参考方向关系有四种, 如图 1-5 所示。

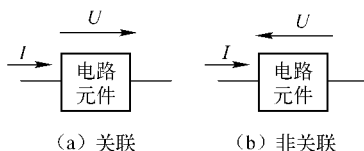


图 1-4 关联和非关联方向示意图

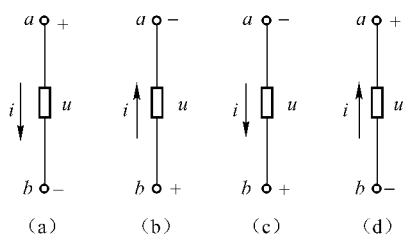


图 1-5 电压、电流的参考方向关系图

这四种关系可分为如下两类:

(1) 一致方向称为关联参考方向, 如图 1-5 (a), (b) 所示。

(2) 不一致方向称为非关联参考方向, 如图 1-5 (c), (d) 所示。

#### 【说明】

- ☺ 电流、电压的实际方向是客观存在的, 而参考方向是人为选定的。
- ☺ 当电流、电压的参考方向与实际方向一致时, 电流、电压值取正号, 反之取负号。
- ☺ 分析计算每一电流、电压时, 都要先选定其各自的参考方向, 否则计算得出的电流、电压正负值是没有意义的。
- ☺ 电路中某一支路或某一元件上的电压与电流的参考方向的选定, 可以选一致的参考方向, 称关联参考方向; 也可选择不一致的参考方向, 称非关联参考方向。



## 1.3 欧姆定律

### 1. 电阻

物体对电流的阻碍作用称为电阻 (resistor)。单位为欧姆 ( $\Omega$ ), 常用的单位还有  $\text{k}\Omega$  (千欧) 和  $\text{M}\Omega$  (兆欧)。换算关系为

$$1\text{k}\Omega = 10^3\Omega, 1\text{M}\Omega = 10^6\Omega$$

物体对电流的传导作用称为电导 (conductance), 用  $G$  表示, 它是电阻的倒数。单位为西门子 (S)。电阻与电导的关系为

$$G = \frac{1}{R}$$

### 2. 欧姆定律 (Ohm's Law)

通过实验可知, 流过电阻的电流的大小与电阻两端的电压值成正比, 与电阻本身大小成反比。即

$$I = \frac{U}{R} \quad (1-3)$$

式中,  $I$  为直流电流, 单位为安培 (A);  $U$  为直流电压, 单位为伏特 (V);  $R$  为电阻, 单位

为欧姆 ( $\Omega$ )。

电阻一定时, 电压愈高电流愈大; 电压一定时, 电阻愈大电流就愈小。这就是欧姆定律。

根据欧姆定律可以推导出功率与电阻的关系式为

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (1-4)$$

在电路分析时, 如果电流与电压的参考方向不一致, 即为非关联参考方向时, 如图 1-6 (b), (c) 所示, 则欧姆定律的表达式为

$$I = -\frac{U}{R} \quad \text{或} \quad U = -IR \quad (1-5)$$

**【注意】** 应用欧姆定律时, 要注意电压、电流的参考方向, 取关联参考方向时,  $I = U/R$ ; 若取非关联参考方向, 则  $I = -U/R$ 。

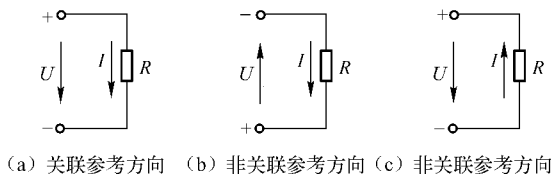


图 1-6 欧姆定律及关联、非关联参考方向



## 1.4 电路的三种状态

电路的三种状态分别为开路状态、有载状态和短路状态。

### 1. 开路状态

如图 1-7 所示, 当电源与负载断开, 即图中开关 S 打开, 称为开路状态, 又称空载状态。开路状态电流为零, 负载不工作  $U = IR = 0$ , 而开路处的端电压  $U_0 = E$ 。

### 2. 有载状态

当图 1-7 中的开关 S 闭合时, 电源与负载接通, 构成回路, 称为有载状态, 如图 1-8 所示, 此时

$$I = \frac{E}{R_0 + R} \quad (1-6)$$

$$U = IR = E - IR_0 \quad (1-7)$$

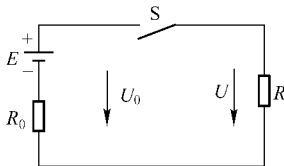


图 1-7 开路状态

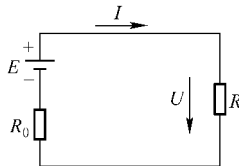


图 1-8 有载状态

有载状态时的功率平衡关系为:

☺ 电源电动势输出的功率:  $P_E = EI$ 。

☺ 电源内阻损耗的功率:  $P_{R_0} = I^2 R_0$ 。

☺ 负载吸收的功率:  $P = I^2 R = P_E - P_{R_0}$ 。

☺ 功率平衡关系:  $P_E = P + P_{R_0}$ 。 (1-8)

用电设备都有限定的工作条件和能力,称为额定值。使用值等于额定值为额定状态;实际电流或功率大于额定值为过载;小于额定值为欠载。

### 3. 短路状态

图1-9所示是电路短路状态图,电源两端没有经过负载而直接连在一起时,称为短路状态。短路是电路最严重、最危险的事故,是禁止的状态。短路电流  $I_s = E/R_0$  很大,如果没有短路保护,会发生火灾。产生短路的原因主要是接线不当、线路绝缘老化损坏等。应在电路中接入过载和短路保护。

上述开路、短路和有载状态也可以看成是电路中电阻取特殊数值形成的。开路状态是  $R = \infty$  的状态,短路状态是  $R = 0$  的状态,有载状态则是  $0 < R < \infty$  的状态。

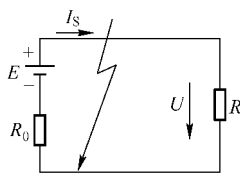


图1-9 短路状态



## 1.5 基尔霍夫定律

对于含有一个电源的电阻串并联电路,用欧姆定律就可分析和计算,但是,当遇到含有两个以上电源的电路或者电阻特殊连接的电路,仅用欧姆定律计算是不行的。这时需要用到基尔霍夫定律 (Kirchhoff's Laws)。基尔霍夫定律分为电流定律和电压定律。

在介绍基尔霍夫定律之前,对照图1-10,先熟悉如下四个术语。

**【支路 (Branch)】** 电路中流过同一电流的分支,称为支路。图1-10所示电路中共有三条支路。

**【节点 (Node)】** 三条或三条以上支路的连接点,称为节点。图1-10所示电路中共有两个节点。

**【回路 (Loop)】** 电路中任一闭合的路径,称为回路。图1-10所示电路中共有三个回路。

**【网孔 (Mesh)】** 回路中不包含其他支路的回路称为网孔。图1-10所示电路中共有两个网孔。

### 1. 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL) 可以叙述为: 在任一瞬间流入任一节点的电流之和等于流出该节点的电流之和。

如图1-10所示,对节点a可以写出:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1-9)$$

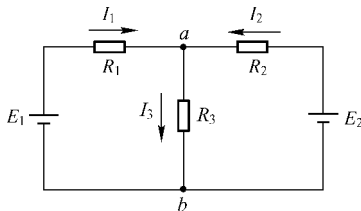


图1-10 基尔霍夫定律用图



改写成:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

即

$$\Sigma I = 0 \quad (1-10)$$

这说明在任一瞬间, 一个节点上电流的代数和等于零。

利用 KCL 解题时, 首先应标出各支路电流的参考方向, 列  $\Sigma I = 0$  表达式时, 流入节点的电流取正号, 流出节点的电流取负号。

**【例 1-1】** 在图 1-11 中,  $I_1 = 2\text{A}$ ,  $I_2 = -3\text{A}$ ,  $I_3 = -2\text{A}$ , 试求  $I_4$ 。

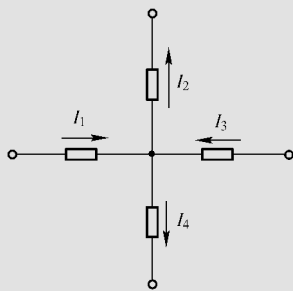


图 1-11 例 1-1 的电路

解: 由基尔霍夫电流定律可列出

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

$$2 - (-3) + (-2) - I_4 = 0$$

得

$$I_4 = 3\text{A}$$

由本例可见, 式中有两套正、负号,  $I$  前的正、负号是由基尔霍夫电流定律根据电流的参考方向确定的, 括号内数字前的则是表示电流本身数值的正、负。

## 2. 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律 (Kirchhoff's Voltage Law, KVL) 可以叙述为: 在任一瞬间沿任一回路绕行一周, 回路中各个元件上电压的代数和等于零。可用公式表示为

$$\Sigma U = 0 \quad (1-11)$$

利用 KVL 解题时, 应先标出回路中各个支路的电流方向、各个元件的电压方向和回路的绕行方向 (顺时针方向或逆时针方向均可), 然后列  $\Sigma U = 0$  表达式。

在列  $\Sigma U = 0$  表达式时, 若流过电阻的电流参考方向与绕行方向一致, 该电阻电压前面取 “+” 号, 反之取 “-” 号; 若电压源方向与绕行方向相反, 该电压源取 “+” 号, 反之取 “-” 号。

**【例 1-2】** 列出图 1-12 所示电路中回路 I 和回路 II 的 KVL 表达式。

解: 标出各支路的电流方向、各元件的电压方向, 如图 1-12 中所示。

列回路  $\Sigma U = 0$  表达式:

$$\text{回路 I: } -U_{E1} + U_{R1} + U_{R3} = 0$$

$$-E_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$$

$$\text{回路 II: } -U_{E2} + U_{R2} + U_{R3} = 0$$

$$-E_2 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = 0$$

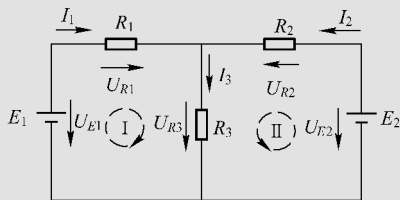


图 1-12 例 1-2 的电路



## 1.6 欧姆定律及基尔霍夫定律应用举例

**【例 1-3】** 欧姆定律应用范例。在图 1-13 所示电路中,  $U_1 = 12\text{V}$ ,  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $R_{\text{RV1}} = 1\text{k}\Omega$ , 求电位器  $\text{RV}_1$  阻值为最大值和最小值时, 电流  $I$  的大小。

解: 电位器  $\text{RV}_1$  阻值为最大值时,  $R_{\text{RV1}} = 1\text{k}\Omega$ , 根据欧姆定律,

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_{\text{RV1}}} = \frac{12}{1000 + 1000} \text{A} = 6\text{mA}$$

电位器  $\text{RV}_1$  阻值为最小值时,

$$R_{\text{RV1}} = 0\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_{\text{RV1}}} = \frac{12}{1000} \text{A} = 12\text{mA}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 1-14 所示是例 1-3 电路在  $R_{\text{RV1}} = 1\text{k}\Omega$  时的 Proteus 仿真结果图, 由图可见,  $I = 6.00\text{mA}$ 。如图 1-15 所示是例 1-3 电路在  $R_{\text{RV1}} = 0\Omega$  时的 Proteus 仿真结果图, 由图可见,  $I = 12.0\text{mA}$ 。这和前面的理论计算值  $I$  完全吻合。这表明本题计算正确。

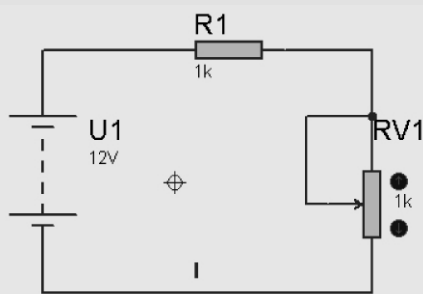


图 1-13 例 1-3 的电路

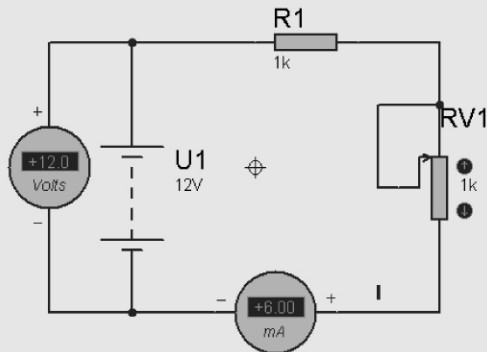


图 1-14 例 1-3 电路在  $R_{\text{RV1}} = 1\text{k}\Omega$  时的 Proteus 仿真结果图

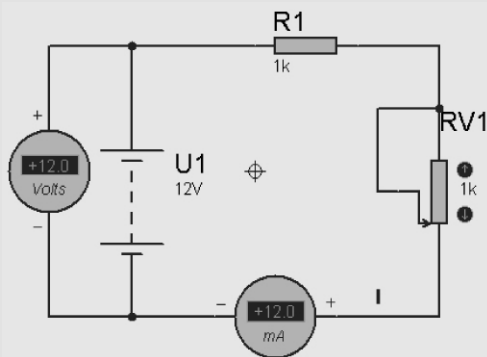


图 1-15 例 1-3 电路在  $R_{\text{RV1}} = 0\Omega$  时的 Proteus 仿真结果图

**【例 1-4】** 基尔霍夫定律应用范例。在如图 1-16 所示的一段有源支路中, 已知  $U_{ab} = 5\text{V}$ ,  $U_{\text{S1}} = 6\text{V}$ ,  $U_{\text{S2}} = 14\text{V}$ ,  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ , 设电流参考方向如图所示, 求电流  $I$  的大小。

解: 这一段有源支路可看成一个不闭合回路, 开口  $a$ 、 $b$  处可看成一个电压大小为  $U_{ab}$  的电压源, 那么根据 KVL, 选择顺时针绕行方向, 可得

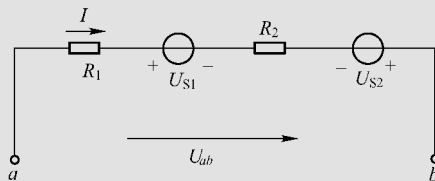


图 1-16 例 1-4 的电路

$$IR_1 + U_{S1} + IR_2 - U_{S2} - U_{ab} = 0$$

解之得

$$I = \frac{U_{ab} + U_{S2} - U_{S1}}{R_1 + R_2} = \frac{5 + 14 - 6}{2 + 3} = 2.6 \text{ A}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 1-17 所示是例 1-4 电路的 Proteus 仿真图，图中添加一个测量电流的虚拟直流电流表。执行开始仿真命令，将出现如图 1-18 所示的电路 Proteus 仿真结果图，由图可见， $I = 2.6 \text{ A}$ 。这和前面的理论计算值  $I$  完全吻合。这表明本题计算正确。

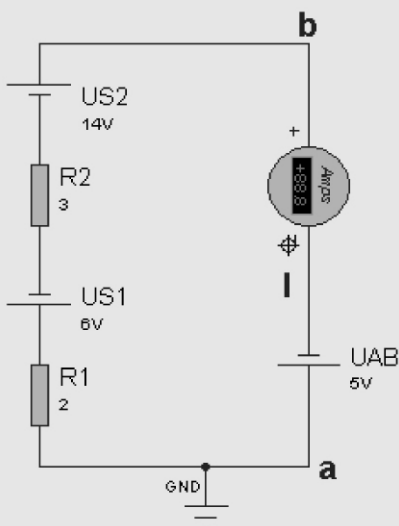


图 1-17 例 1-4 电路的 Proteus 仿真图

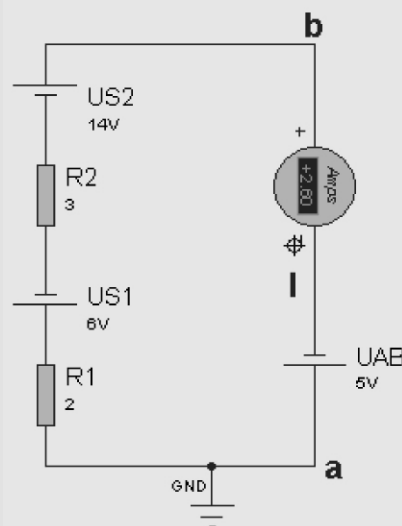


图 1-18 例 1-4 电路的 Proteus 仿真结果图

**【例 1-5】**基尔霍夫定律应用例。在如图 1-19 所示的电路中，已知， $U_{S1} = 10 \text{ V}$ ， $U_{S2} = 26 \text{ V}$ ， $R_1 = 6 \Omega$ ， $R_2 = 2 \Omega$ ， $R_3 = 4 \Omega$ ，求各支路电流。

**解：**设各支路电流方向及回路绕行方向如图 1-19 所示。根据基尔霍夫电流定律 (KCL)，列出

$$\text{节点 } a: I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{节点 } b: I_3 - I_1 - I_2 = 0$$

显然，上面两个式子是相同的，所以对于两个节点的电路，只能列出一个独立的 KCL 电流方程。

根据基尔霍夫电压定律 (KVL)，列出

$$\text{网孔 I: } I_1 R_1 + I_3 R_3 - U_{S1} = 0$$

$$\text{网孔 II: } -I_2 R_2 + U_{S2} - I_3 R_3 = 0$$

$$\text{回路 } cadbc: I_1 R_1 - I_2 R_2 + U_{S2} - U_{S1} = 0$$

上面三个方程中的任何一个方程都可以通过其他两个方程推出，因此，只有两个 KVL 电压方程是独立的。通常选用网孔的 KVL 电压方程。

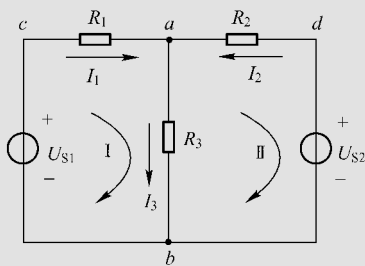


图 1-19 例 1-5 的电路

联立方程组:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 - U_{S1} = 0$$

$$-I_2 R_2 + U_{S2} - I_3 R_3 = 0$$

代入数据, 得

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 10 = 6I_1 + 4I_3 \\ 26 = 2I_2 + 4I_3 \end{cases}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 26 \end{pmatrix}$$

这是一个三元一次线性方程组, 应用解线性方程组的克莱姆法则 (Cramer's Rule), 有

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (-12) - (8 + 24) = -44$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 10 & 0 & 4 \\ 26 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (104 - 20) - (40) = 44$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 6 & 10 & 4 \\ 0 & 26 & 4 \end{vmatrix} = (40 - 6 \times 26) - (104) = -220$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 10 \\ 0 & 2 & 26 \end{vmatrix} = (0) - (6 \times 26 + 20) = -176$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{44}{-44} = -1$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-220}{-44} = 5$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-176}{-44} = 4$$

即

$$\begin{cases} I_1 = -1 \text{ A} \\ I_2 = 5 \text{ A} \\ I_3 = 4 \text{ A} \end{cases}$$

这里解得  $I_1$  为负值, 说明  $I_1$  的实际电流方向和参考方向相反。

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 1-20 所示是例 1-5 电



路的 Proteus 仿真结果图, 由图可见,  $I_1 = -1.0\text{A}$ ,  $I_2 = 5.0\text{A}$ ,  $I_3 = 4.0\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  完全吻合, 表明本题计算正确。

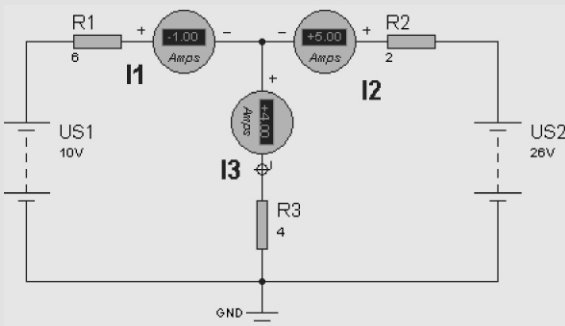


图 1-20 例 1-5 电路的 Proteus 仿真结果图

**【说明】**在本书中将多次涉及求解多元一次线性方程组的问题。解多元一次线性方程组有多种方法, 本书涉及三种方法: 第一种是上面使用的手工求解法, 第二种是使用 MATLAB 软件求解法, 第三种是用 C 语言程序求解法。第一种方法的缺点是麻烦、易错。解二阶、三阶的还可以, 解更高阶的更麻烦。第二种和第三种求解法在本书后附录 B、C 中有介绍。优点是计算快速、不易错。



## 1.7 小结

### 1. 与电路有关的三个物理量

电流、电压的参考方向是任意假定的; 数值是正, 表明实际方向与参考方向一致; 数值是负, 表明实际方向与参考方向相反。功率  $P = UI$ , 如果电流和电压为非关联参考方向,  $P = -UI$ 。

功率是正值, 吸收功率, 为负载; 功率是负值, 发出功率, 为电源。

### 2. 电路的三种状态

开路状态: 负载与电源不接通, 电流为零, 负载不工作; 有载状态: 负载与电源接通, 有电流、电压、吸收功率; 短路状态: 故障状态, 应该禁止。

### 3. 电路的三个定律

欧姆定律,  $I = U/R$ , 应用时要考虑关联问题。

KCL 定律,  $\sum I = 0$ , 应用时要先标出电流方向。

KVL 定律,  $\sum U = 0$ , 应用时要先标出电流、电压及绕行方向。

## 第2章 直流电阻电路的分析

本章主要介绍三个方面的内容,第一是等效电路变换,包括电阻的串并联、电阻的三角形 $\Delta$ 连接与星形 $Y$ 连接的等效变换,以及电压源和电流源的等效变换。第二是直流电路分析方法,包括用以分析直流电路的三种方法:支路电流法、节点电位法和网孔电流法。第三是电路定理的应用,包括叠加定理、齐性定理、戴维南定理和诺顿定理。



### 2.1 电阻的串联、并联和混联

#### 1. 电阻的串联

两个或多个电阻的串接,称为电阻的串联,如图2-1所示是两个电阻串联及其等效电阻图。串联电阻通过的是同一个电流。各参量间有如下关系:

$$R = R_1 + R_2 \quad (2-1)$$

$$U = U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) = IR \quad (2-2)$$

$$U_1 = IR_1 = \frac{U}{R}R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}U, U_2 = IR_2 = \frac{U}{R}R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}U \quad (2-3)$$

式(2-1)为两个电阻串联公式,推广到一般情况: $n$ 个电阻串联等效电阻等于各个电阻之和。即

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (2-4)$$

式(2-3)为两个电阻串联分压公式。推广到一般情况:

$$U_k = \frac{R_k}{R}U \quad (2-5)$$

**【电阻串联电路的特点】**串联电路中流过电流相同,总电阻等于各个电阻之和,总电压等于各个电压之和,串联电阻具有分压作用(如图2-2所示),电阻越大,分压越高。

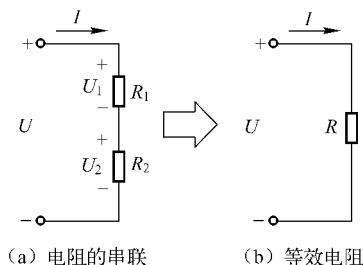


图2-1 电阻串联的等效变换

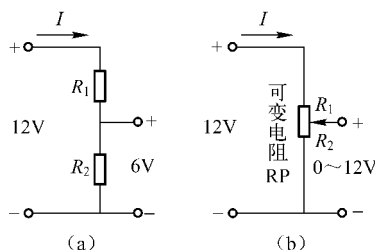


图2-2 电阻串联分压的应用

#### 2. 电阻的并联

两个或多个电阻并接,称为电阻的并联,如图2-3所示。并联电阻两端是同一个电压。

各参量间有如下关系:

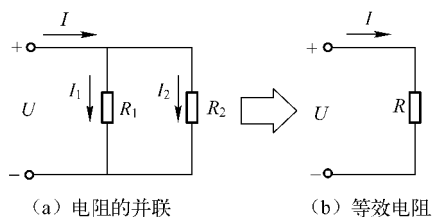


图 2-3 电阻并联的等效变换

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2-6)$$

$$I = I_1 + I_2, \quad U = RI = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad (2-7)$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I, \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad (2-8)$$

式 (2-6) 为两个电阻并联公式, 推广到一般情况:  $n$  个电阻并联等效电阻的倒数等于各个电阻

倒数之和。即

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (2-9a)$$

或

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k \quad (2-9b)$$

式 (2-9b) 表示  $n$  个电阻并联的等效电导等于各个电导之和。电导是电阻的倒数, 单位是西门子 (Siemens), 用字母 S 表示。并联电阻用电导表示, 在分析计算多支路并联电路时可以简便些。计算并联电阻时, 常用  $R = R_1 // R_2 // R_3 \cdots$  表示。式 (2-8) 为两个并联电阻分流公式。

**【电阻并联电路的特点】** 电压相同, 总电流等于各个支电流之和, 总电阻的倒数等于各个电阻倒数之和, 或总电导等于各个电导之和。并联电阻具有分流作用, 电阻越小, 分流越大。

### 3. 电阻的混联

电阻的连接既有串联又有并联时, 称为电阻的混联。这种电路应用广泛、形式多样。如图 2-4 所示是一个电阻混联的例子。

在分析这样的电路时, 往往先求出混联电路二端网络的等效电阻。然后利用相关定律或公式求出其他量。关键就是求等效电阻。对于较简单的电路, 可以直接观察得出。如图 2-4 所示的混联电路, 就可以直接看出  $R_1 \sim R_4$  的串并联关系, 故可求出  $a$ 、 $b$  两端的等效电阻  $R_{ab}$  为

$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

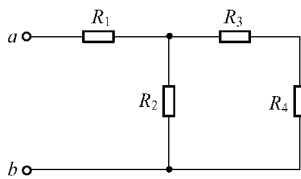


图 2-4 电阻的混联

**【例 2-1】** 在如图 2-5 所示的串联电路中,  $B_1 = U = 10\text{V}$ ,  $R_1 = 100\Omega$ ,  $R_2 = 200\Omega$ ,  $R_3 = 700\Omega$ , 试求  $a$ 、 $b$  两点间的等效电阻  $R_{ab}$ 、 $R_{ab}$  上的电流  $I$  及  $c$  点的电压  $U_c$ 。

解:  $R_{ab} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 200 + 300 = 1000\Omega$

$$I = \frac{U}{R_{ab}} = \frac{10}{1000} = 10\text{mA}$$

$$U_c = \frac{U}{R_{ab}} (R_2 + R_3) = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} U = \frac{200 + 700}{100 + 200 + 700} \times 10 = 9\text{V}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-6 所示的电路是例 2-1 电路 Proteus 仿真结果图。由图可见, 测量电路总电流的电流表显示 10.0mA, 接在 c 点的电压表显示 9.0V, 这和前面的理论计算值完全吻合, 表明本题计算正确。

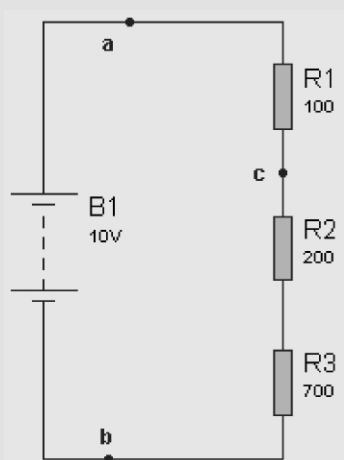


图 2-5 例 2-1 的电路

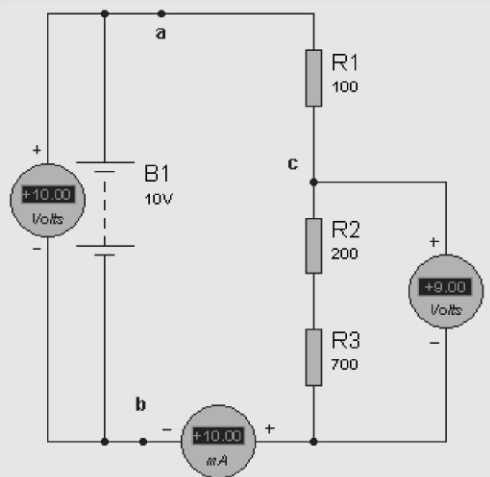


图 2-6 例 2-1 电路 Proteus 仿真结果图

**【例 2-2】** 在如图 2-7 所示的并联电路中,  $B_1 = U = 10V$ ,  $R_1 = 100\Omega$ ,  $R_2 = 200\Omega$ ,  $R_3 = 700\Omega$ , 试求电阻并联后 a、b 两点间的等效电阻  $R_{ab}$ 、 $R_{ab}$  上的电流  $I$  及各个电阻上的电流  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 。

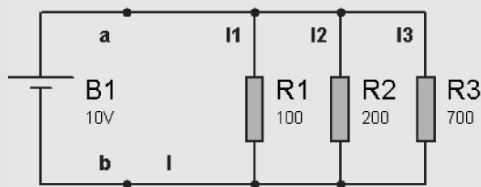


图 2-7 例 2-2 的电路

解: 由公式  $\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ , 得

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} = \frac{100 \times 200 \times 700}{200 \times 700 + 100 \times 700 + 100 \times 200} \approx 60.9\Omega$$

总电流为

$$I = \frac{U}{R_{ab}} = \frac{10}{60.9} \approx 164\text{mA}$$

各分电流为

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_{ab}}{R_1} I = \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} I = \frac{200 \times 700}{200 \times 700 + 100 \times 700 + 100 \times 200} \times 164 \approx 100.0\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{R_{ab}}{R_2} I = \frac{R_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} I = \frac{100 \times 700}{200 \times 700 + 100 \times 700 + 100 \times 200} \times 164 \approx 50.0\text{mA}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{R_{ab}}{R_3} I = \frac{R_1 R_2}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} I = \frac{100 \times 200}{200 \times 700 + 100 \times 700 + 100 \times 200} \times 164 \approx 14.3\text{mA}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-8 所示的电路是例 2-2 电路 Proteus 仿真结果图。由图可见, 测量电路总电流  $I$  的电流表显示 164mA,  $I_1$ 、



$I_2$ 、 $I_3$  分别是 100.0mA、50.0mA、14.3mA。这和前面的理论计算值完全吻合，表明本题计算正确。

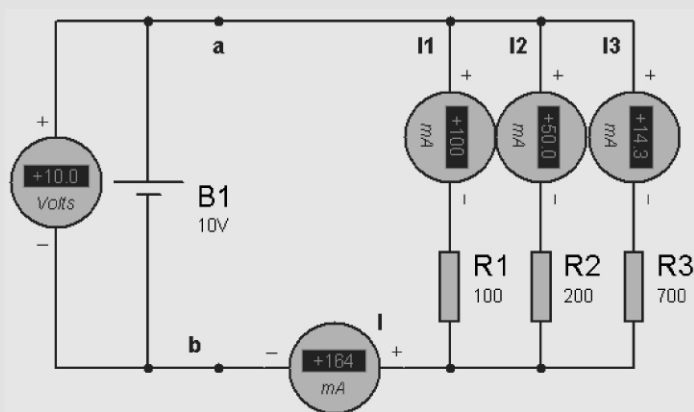


图 2-8 例 2-2 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.2 电阻的星形与三角形电路的等效变换

电阻的连接方式，除了串联和并联外，还有一种更为复杂的连接方式，即无源三端电路，如图 2-9 所示。其中，图 2-9 (a) 将三个电阻一端连接为一点，另一端分别接到外电路的三个端钮，称为电阻元件的星形连接，简称 Y 形连接。图 2-9 (b) 将三个电阻首尾相连，形成一个三角形，三角形的三个顶点接到外电路的三个端钮，称为电阻元件的三角形连接，简称  $\Delta$  形连接。

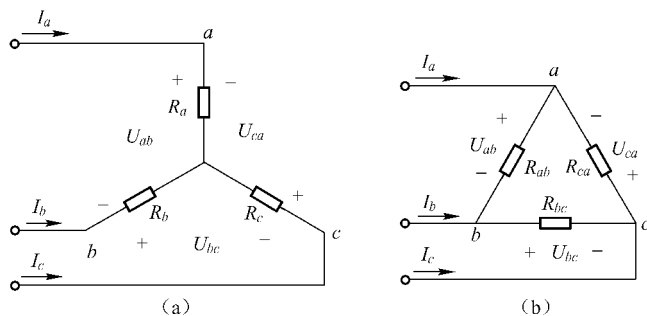


图 2-9 电阻  $\Delta$  形连接和 Y 形连接的等效变换

在分析含有电阻  $\Delta$  形连接或 Y 形连接的电路时，就不能用简单的电阻串并联来等效，常利用电阻  $\Delta$  形连接或 Y 形连接的等效变换来简化电路的计算。

### 1. 星形电路等效变换为三角形电路

【 $\Delta$  形连接】三个端钮，每两个端钮之间连接一个电阻。

【Y 形连接】三个电阻一端连接为一点，另一端分别引出三个端头。将 Y 形连接等效变

换为 $\Delta$ 形连接时,各电阻之间的关系为

$$\begin{aligned} R_{ab} &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_c} \\ R_{bc} &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a} \\ R_{ca} &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_b} \end{aligned} \quad (2-10)$$

【Y $\rightarrow\Delta$ 等效变换规则】分子为电阻两两相乘再相加,分母为待求电阻对面的电阻。

【特例】当属于对称星形连接时,即 $R_a = R_b = R_c = R_Y$ 时,有

$$R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = R_{\Delta} = 3R_Y$$

## 2. 三角形电路等效变换为星形电路

将 $\Delta$ 形连接等效变换为Y形连接时,各电阻之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} R_a &= \frac{R_{ca} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\ R_b &= \frac{R_{ab} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\ R_c &= \frac{R_{bc} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

【 $\Delta\rightarrow Y$ 等效变换规则】分母为三个电阻的和,分子为三个待求电阻相邻两电阻之积。

【特例】当属于对称三角形连接时,即 $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = R_{\Delta}$ 时,则有

$$R_a = R_b = R_c = R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$$

【说明】电阻星形连接有时又称为T形电阻,电阻三角形连接也称为 $\Pi$ 形电阻。

【例2-3】在如图2-10所示电路中, $B_1 = 14V$ , $R_1 = 300\Omega$ , $R_2 = 240\Omega$ , $R_3 = 360\Omega$ , $R_4 = 1.2k\Omega$ , $R_L = 600\Omega$ ,试求A、B两点间的等效电阻 $R_{AB}$ 及其上的电流 $I$ 。

解: 本题电阻间的关系既不是串联也不是并联,属于三角形( $\Delta$ )连接,要求等效电阻,应把它变换成星形(Y)连接。变成Y形连接后的电路如图2-11所示。图中 $R_A$ 、 $R_B$ 、 $R_C$ 三个Y形连接电阻由 $\Delta$ 形连接的电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 变换而来。

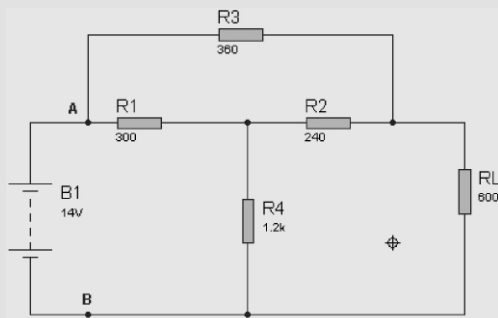


图 2-10 例 2-3 的电路

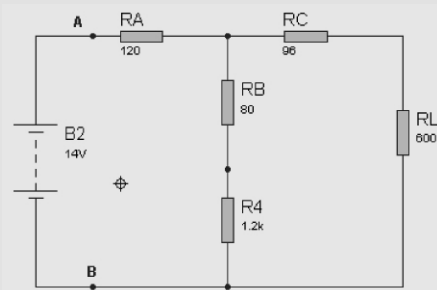


图 2-11 例 2-3 的 $\Delta$ 形连接变为Y形连接电路后

根据 $\Delta$ 形连接变换为Y形连接电阻计算公式,有

$$R_A = \frac{300 \times 360}{300 + 240 + 360} = 120\Omega$$

$$R_B = \frac{240 \times 300}{300 + 240 + 360} = 80\Omega$$

$$R_C = \frac{360 \times 240}{300 + 240 + 360} = 96\Omega$$

而

$$R_{AB} = R_A + (R_C + R_L) // (R_B + R_4) \approx 571\Omega$$

$$I = \frac{B_1}{R_{AB}} = \frac{14}{571} \approx 24.5\text{mA}$$

现在我们用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算结果是否正确。如图 2-12 所示的电路是例 2-3 电路 Proteus 仿真结果图,图 2-12 (a) 为原来 $\Delta$ 形连接的电路仿真结果图,图 2-12 (b) 为 $\Delta$ 形连接变换成Y形连接后的电路仿真结果图,图 2-12 (c) 为计算出的等效电阻和电源直接连接的电路仿真结果图。这三种接法所显示的电流都是 24.5mA,这和前面的理论计算值  $I$  完全吻合,表明本题计算正确。

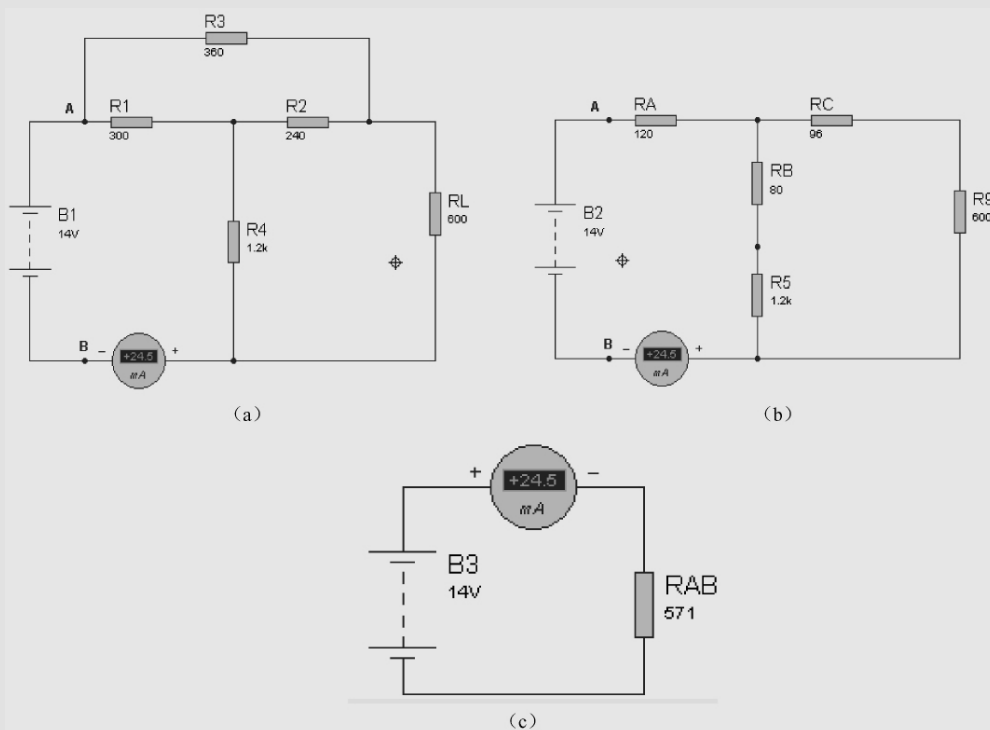


图 2-12 例 2-3 电路 Proteus 仿真结果图

**【例 2-4】**利用Y $\rightarrow\Delta$ 等效变换,求图 2-13 (a) 所示电路中  $a$ 、 $b$  两点间的等效电压  $U_{ab}$ 。

**解:** 利用Y $\rightarrow\Delta$ 等效变换,把  $4\Omega$ 、 $10\Omega$ 、 $10\Omega$  构成的Y形电阻等效变换为 $\Delta$ 形电阻,如图 2-13 (b) 所示,其中各电阻阻值为

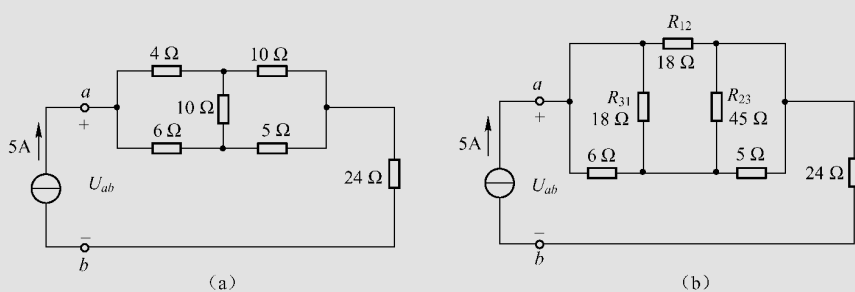


图 2-13 例 2-4 的电路

$$R_{12} = \frac{4 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 4}{10} = 18\Omega$$

$$R_{23} = \frac{4 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 4}{4} = 45\Omega$$

$$R_{31} = \frac{4 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 4}{10} = 18\Omega$$

$a$ 、 $b$  两点间的等效电阻

$$R_{ab} = \left( \frac{18 \times 6}{18 + 6} + \frac{45 \times 5}{45 + 5} \right) // 18 + 24 = \frac{9 \times 18}{9 + 18} + 24 = 30\Omega$$

所以

$$U_{ab} = 5 \times R_{ab} = 5 \times 30 = 150V$$

现在我们用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算结果是否正确。如图 2-14 所示电路是例 2-4 电路 Proteus 仿真结果图，图 2-14 (a) 为变换前的电路仿真结果图，图 2-14 (b) 为 Y 形连接变换成  $\Delta$  形连接后的电路仿真结果图，所加电源电压均为 150V。由图可见，在这两种接法下所显示的电流都是 5.0A，说明它们的等效电阻都是  $30\Omega$ ，这和前面的理论计算值完全吻合，表明本题计算正确。

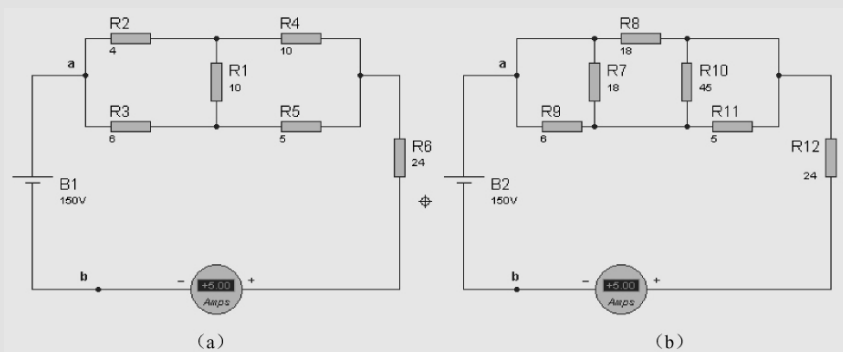


图 2-14 例 2-4 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.3 两种电源模型的等效变换

一个电源可以用两种不同的电路模型来表示。一种是用理想电压源与电阻串联的电路模

型来表示,称为电源的电压源模型;另一种是用理想电流源与电阻并联的电路模型来表示,称为电源的电流源模型。

### 1. 电源的电压源模型

电源的电压源模型如图 2-15 所示。图中,  $U$  是电源端电压,  $R_L$  为负载电阻,  $I$  为负载电流。根据图中电路可得出

$$U = E - R_0 I \quad (2-12)$$

当电压源开路时,  $I = 0$ ,  $U = U_0 = E$ ; 当短路时,  $U = 0$ ,  $I = \frac{E}{R_0}$ 。

### 2. 电源的电流源模型

电源的电流源模型如图 2-16 所示。两条支路并联, 其中电流分别为  $I_s$  和  $\frac{U}{R_0}$ 。对负载电阻  $R_L$  来讲, 与图 2-15 是一样的, 其上的电压  $U$  和通过的电流  $I$  没有改变。根据图中电路可得出

$$I_s = \frac{U}{R_0} + I \quad (2-13)$$

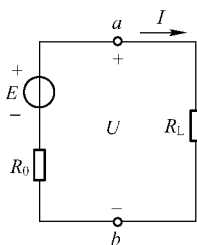


图 2-15 电源的电压源模型

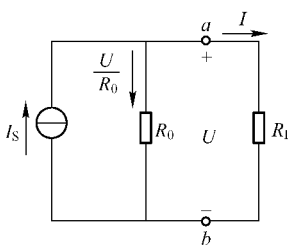


图 2-16 电源的电流源模型

当电流源开路时,  $I = 0$ ,  $U = U_0 = R_0 I_s$ ; 当短路时,  $U = 0$ ,  $I = I_s$ 。

### 3. 两种电源模型的等效变换

由图 2-15 和图 2-16 可见, 电压源模型的外特性和电流源模型的外特性是相同的。因此, 电源的两种电路模型相互间是等效的, 可以等效变换。但是, 电压源模型和电流源模型的等效关系只是对外电路而言的, 至于对电源内部则是不等效的。

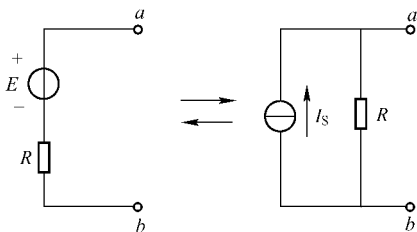


图 2-17 电压源和电流源的等效变换

只要一个电动势为  $E$  的理想电压源和某个电阻  $R$  串联的电路, 都可以化为一个电流为  $I_s$  的理想电流源和这个电阻  $R$  并联的电路, 反之亦然 (见 图 2-17)。其中

$$I_s = \frac{E}{R} \quad \text{或} \quad E = R I_s \quad (2-14)$$

在分析与计算电路时, 可以使用这种等效变换。

**【注意】**  $I_s$  和  $E$  的参考方向的关系:  $I_s$  的参考方向与  $E$  从负极指向正极的方向一致。

【例2-5】试求图2-18 (a), (c) 所示电路的等效变换。

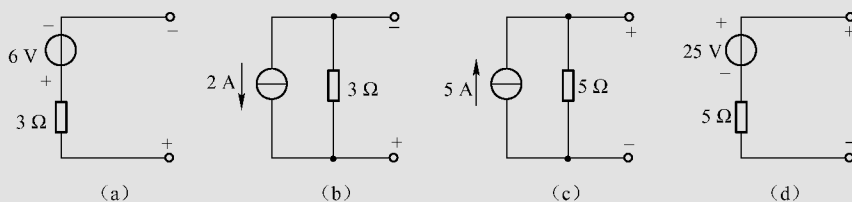


图2-18 例2-5的电路

解：图2-18 (a) 所示的电压源模型，可等效变换为图2-18 (b) 所示的电流源模型。

$$I_s = \frac{E}{R} = \frac{6}{3} = 2\text{A}, R' = R = 3\Omega$$

图2-18 (c) 所示的电流源模型，可等效变换为图2-18 (d) 所示的电压源模型。

$$E = RI_s = 5 \times 5 = 25\text{V}, R' = R = 5\Omega$$

【例2-6】试用电压源和电流源的等效变换方法计算图2-19 (a) 中  $1\Omega$  电阻上的电流  $I$ 。

解：根据图2-19的变换次序，(a)  $\rightarrow$  (e)，最后化简为图2-19 (f) 所示的电路。其中，(b)  $\rightarrow$  (c)，(c) 中的  $2\Omega$  电阻是  $3\Omega$  和  $6\Omega$  两个电阻并联的结果。由图2-19 (f) 可得

$$I = \frac{2}{2+1} \times 3 = 2\text{A}$$

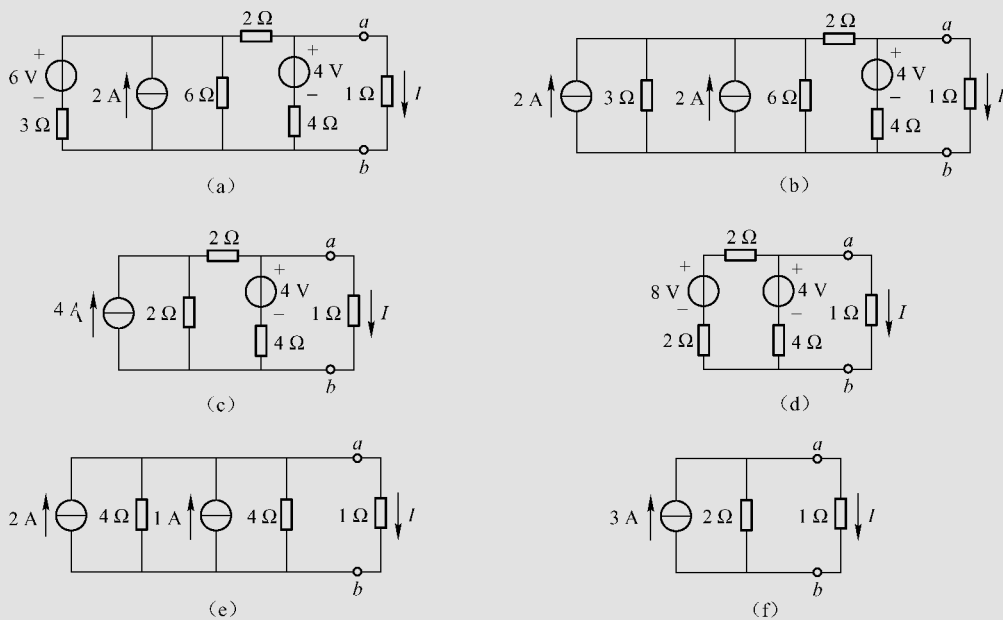


图2-19 例2-6的电路



## 2.4 支路电流法

凡不能用电阻串并联等效变换化简的电路,称为复杂电路。分析复杂电路有几种方法,支路电流法(branch current method)是最基本的。支路电流法是指:以支路电流为求解对象,直接应用 KCL 和 KVL 分别对节点和回路列出所需的方程组,然后,解出各支路电流。

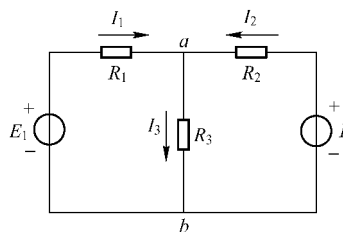


图 2-20 两个电源并联的电路

现以图 2-20 所示的两个电源并联的电路为例,来说明支路电流法的应用。在本电路中,支路数  $b=3$ ,节点数  $n=2$ ,共要列出三个独立的方程。电动势和电流的参考方向如图中所示。

首先,用基尔霍夫电流定律对节点  $a$  列出

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (2-15)$$

对节点  $b$  列出

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0 \quad (2-16)$$

式(2-16)即为式(2-15),它是非独立的方程。对具有两个节点的电路,应用电流定律只能列出  $2-1=1$  个独立的方程。

一般来说,对具有  $n$  个节点的电路,应用电流定律只能列出  $(n-1)$  个独立的方程。

其次,应用基尔霍夫电压定律列出其余  $b-(n-1)$  个方程。通常可根据网孔列出。图 2-20 中有两个网孔,对左面的网孔可列出

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3 \quad (2-17)$$

对右面的网孔可列出

$$E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 \quad (2-18)$$

网孔的数目恰好等于  $b-(n-1)$ 。

应用基尔霍夫电流定律和电压定律可以列出  $(n-1) + [b-(n-1)] = b$  个独立方程。所以能解出  $b$  个支路电流。

支路电流法的计算步骤可归纳为:

- (1) 选定各支路电流的参考方向。
- (2) 选择  $(n-1)$  个独立节点列 KCL 方程。
- (3) 选取  $[b-(n-1)]$  个独立回路,设定各个独立回路的绕行方向,对其列 KVL 方程。
- (4) 联立求解上述  $b$  个独立方程,得到待求各支路电流。

**【例 2-7】** 在图 2-20 所示的电路中,设  $E_1 = 140\text{V}$ ,  $E_2 = 90\text{V}$ ,  $R_1 = 20\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ ,试求各支路电流。

**解:** 应用基尔霍夫电流定律和电压定律列出式(2-15)、式(2-17)和(2-18)。将已知数值代入,得

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 140 = 20I_1 + 6I_3 \\ 90 = 5I_2 + 6I_3 \end{cases}$$

解之得

$$\begin{cases} I_1 = 4\text{A} \\ I_2 = 6\text{A} \\ I_3 = 10\text{A} \end{cases}$$

计算得出的结果可以用多种方法验算:

(1) 将计算结果代入求解时未用过的方程中, 用基尔霍夫电压定律验算。本例中, 对外围回路列出

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

代入已知数据, 得

$$\begin{aligned} (140 - 90)\text{V} &= (20 \times 4 - 5 \times 6)\text{V} \\ 50\text{V} &= 50\text{V} \end{aligned}$$

表明计算正确。

(2) 用 Proteus 仿真软件验证: 如图 2-21 所示的电路是例 2-7 电路 Proteus 仿真图, 图中增加了测量用的虚拟直流电流表, 原图中  $E_1$  和  $E_2$  分别用 140V 和 90V 的直流电池代替。执行开始仿真命令, 将出现如图 2-21 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_1 = 4\text{A}$ ,  $I_2 = 6\text{A}$ ,  $I_3 = 10\text{A}$ 。这与前面的理论计算值  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I_3$  完全吻合, 表明本题计算正确。

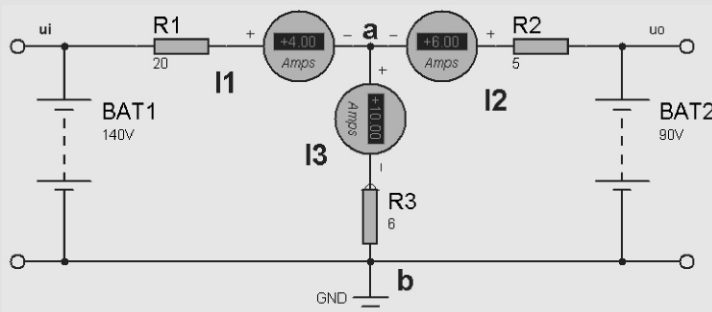


图 2-21 例 2-7 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.5 节点电位法

节点电位法 (node potential method) 可以描述为: 以节点电位为未知量, 将各支路电流用节点电位表示, 应用 KCL 列出独立节点的电流方程, 联立方程求得各节点电位, 再根据节点电位与各支路电流关系式, 求得各支路电流。节点电位是指在电路中任选某一节点为参考点, 其他节点到参考点的电压。当电路中有  $n$  个节点时, 独立的 KCL 方程恰好是  $(n-1)$  个。

### 1. 节点电位法的计算

如图 2-22 所示电路中有三个节点 0、1、2。选节点 0 为参考点, 则节点 1、2 的电位  $V_1$



和  $V_2$  为未知量。

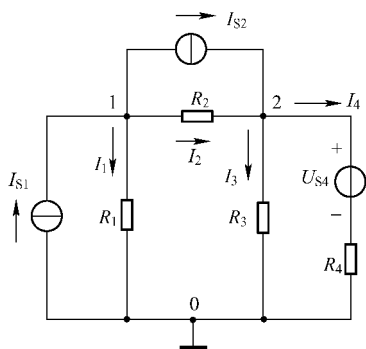


图 2-22 节点电位法用图

各支路电流的参考方向如图所示, 根据 KCL 方程可得

$$\text{节点 1: } I_{S1} - I_1 - I_2 - I_{S2} = 0 \quad (2-19)$$

$$\text{节点 2: } I_2 + I_{S2} - I_3 - I_4 = 0 \quad (2-20)$$

根据欧姆定律和不闭合回路基尔霍夫电压定律可得

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = G_1 V_1$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2} = G_2 (V_1 - V_2)$$

(2-21)

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3} = G_3 V_2$$

$$I_4 = \frac{V_2 - U_{S4}}{R_4} = \frac{V_2}{R_4} - \frac{U_{S4}}{R_4} = G_4 V_2 - G_4 U_{S4}$$

将式 (2-21) 代入式 (2-19) 和式 (2-20), 整理后得

$$(G_1 + G_2) V_1 - G_2 V_2 = I_{S1} - I_{S2} - G_2 V_1 + (G_2 + G_3 + G_4) V_2 = I_{S2} + G_4 U_{S4} \quad (2-22)$$

这就是以节点电位  $V_1$ 、 $V_2$  为未知量的节点电位方程。将式 (2-22) 写成一般形式:

$$\left. \begin{aligned} G_{11} V_1 + G_{12} V_2 &= I_{S11} \\ G_{21} V_1 + G_{22} V_2 &= I_{S22} \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

式 (2-23) 中  $G_{11} = G_1 + G_2$  表示节点 1 的自电导, 其值等于直接连接在节点 1 的各支路的电导之和。 $G_{22} = G_2 + G_3 + G_4$  表示节点 2 的自电导, 其值等于直接连接在节点 2 的各支路的电导之和。自电导的符号总为正。 $G_{12} = G_{21} = -G_2$  表示节点 1、2 间的互电导, 其值等于连接在节点 1、2 之间的各支路的电导之和。其符号总为负。 $I_{S11} = I_{S1} - I_{S2}$  表示流过节点 1 的所有电流源电流的代数和,  $I_{S22} = I_{S2} + G_4 U_{S4}$  表示流过节点 2 的所有电流源电流的代数和。当电流源电流流入节点时, 前面取正号; 流出节点时, 前面取负号。若是电压源和电阻串联支路, 则将其等效变换成电流源和电阻并联后同前考虑。电路中每增加一个节点, 就增加一个方程。

节点电位法的计算步骤可归纳为:

(1) 选取参考节点, 其余节点到参考节点之间的电压为节点电位, 这些节点电位为未知量。

(2) 列节点电位方程, 联立方程解得节点电位。

(3) 利用欧姆定律及基尔霍夫定律求出各支路电流。

**【例 2-8】** 用节点电位法求图 2-23 所示的电路中各节点的电位。

**解:** 选取 0 节点为参考点, 因节点 1 电位  $V_1 = 7V$ , 为已知量, 无须对节点 1 列方程。设节点 2、3 间 4V 电压源支路的电流为  $I$ , 作为未知量, 参考方向如图所示, 列出节点 2、3 的节点方程。

$$\begin{cases} G_{21} V_1 + G_{22} V_2 + G_{23} V_3 = I \\ G_{31} V_1 + G_{32} V_2 + G_{33} V_3 = -I \end{cases}$$

代入数据可得

$$\begin{cases} -\frac{1}{1}V_1 + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right)V_2 = I \\ -\frac{1}{2}V_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right)V_3 = -I \end{cases}$$

上式中  $V_1 = 7V$  已知, 共有三个未知量 ( $V_2$ 、 $V_3$ 、 $I$ ), 需补充一个方程。在图中  $4V$  的电压源为已知, 故有

$$V_2 - V_3 = 4 \quad (\text{补充方程})$$

$$\begin{cases} 1.5V_2 - I = 7 \\ 1.5V_3 + I = 3.5 \\ V_2 - V_3 = 4 \end{cases}$$

解之得

$$V_2 = 5.5V, V_3 = 1.5V, I = 1.25A$$

现在我们用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-24 所示的电路是例 2-8 电路 Proteus 仿真图, 图中增加了两块测量用的虚拟直流电压表, 原图中电压源都用同电压的直流电池代替。执行开始仿真命令, 将出现如图 2-24 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $V_2 = 5.5V$ ,  $V_3 = 1.5V$ 。这和前面的理论计算值  $V_2$  和  $V_3$  完全吻合, 表明本题计算正确。

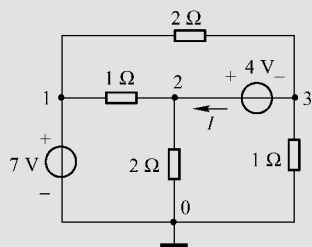


图 2-23 例 2-8 的电路

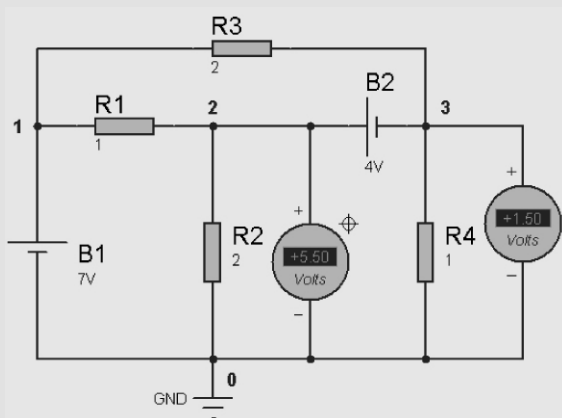


图 2-24 例 2-8 电路 Proteus 仿真结果图

## 2. 弥尔曼定理

当电路只有两个节点时, 用节点电位法只需解一个一元一次方程。因为  $n$  个节点时是  $n-1$  个方程, 两个节点时就是 1 个方程。

如图 2-25 所示电路就是只有两个节点  $a$  和  $b$  的电路,  $b$  为参考点, 则节点  $a$  对  $b$  的电压称为节点电压  $U$ 。

各支路的电流可应用基尔霍夫电压定律或欧姆定律得出

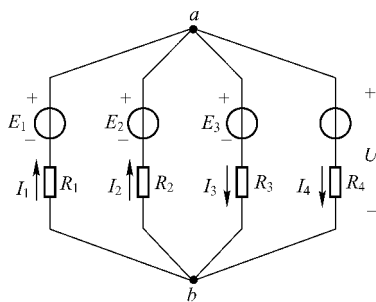


图 2-25 具有两个节点的电路

$$\left. \begin{aligned} U &= E_1 - R_1 I_1, I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} \\ U &= E_2 - R_2 I_2, I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2} \\ U &= E_3 + R_3 I_3, I_3 = \frac{-E_3 + U}{R_3} \\ U &= R_4 I_4, I_4 = \frac{U}{R_4} \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

由式 (2-24) 可见, 在已知电动势和电阻的情况下, 只要先求出节点电压  $U$ , 就可计算各支路电流了。

计算节点电压  $U$  的公式可由基尔霍夫电流定律得出。在图 2-25 中, 有

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

将式 (2-24) 代入上式, 得

$$\frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} - \frac{-E_3 + U}{R_3} - \frac{U}{R_4} = 0$$

经整理后即得出节点电压的公式

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{\sum \frac{E}{R}}{\sum \frac{1}{R}} \quad (2-25)$$

在上式中, 分母的各项总为正; 分子的各项可以为正也可以为负。当电动势和节点电压的参考方向相反时取正号, 相同时取负号。上式称为弥尔曼定理 (Millman's Theorem), 它是节点电压法中电路只有两个节点时的特例。求出节点电压后, 就可根据式 (2-24) 计算各支路电流。

弥尔曼定理可以叙述为: 对于只有一个独立节点的电路, 该节点的电位  $V_a$  为流入节点  $a$  的等效电流之和除以节点  $a$  所连接各支路的电导之和。

**【例 2-9】** 在图 2-20 所示的电路中, 设  $E_1 = 140\text{V}$ ,  $E_2 = 90\text{V}$ ,  $R_1 = 20\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ , 试用弥尔曼定理求各支路电流。

**解:** 因本题电路只有两个节点, 故适宜用弥尔曼定理求解。 $ab$  间的节点电压为

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{140}{20} + \frac{90}{5}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = 60\text{V}$$

由此可算出各支路的电流

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{140 - 60}{20} = 4\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = \frac{90 - 60}{5} = 6\text{A}$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{60}{6} = 10\text{A}$$

这和例 2-7 所求结果一致。



## 2.6 网孔电流法

节点电位法是以节点电位为未知量建立方程,适用于支路多节点少的电路。电路中每增加一个节点,就增加一个节点方程。当电路中节点较多时,需求解的节点方程也较多,计算不方便。而网孔电流法(mesh current method)则适用于节点多网孔少的电路。

网孔电流法的方法是:以假想的网孔电流为未知量,应用KVL列出网孔方程,联立方程求得各网孔电流,再根据网孔电流与支路电流的关系式,求得各支路电流。

在如图2-26所示电路中,有三条支路,支路电流分别为 $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ ,参考方向如图所示;有两个网孔,假设沿网孔边界有流动的电流为 $I_a$ 和 $I_b$ ,称为网孔电流,参考方向如图所示。由图可见,支路电流 $I_1$ 等于网孔电流 $I_a$ ;支路电流 $I_2$ 等于网孔电流 $I_b$ ;而支路电流 $I_3 = I_1 - I_2 = I_a - I_b$ 。由此可知,求出网孔电流 $I_a$ 和 $I_b$ ,就可求出各支路电流。设左边网孔为网孔1,右边网孔为网孔2,对应网孔电流为 $I_a$ 和 $I_b$ ,根据KVL可得

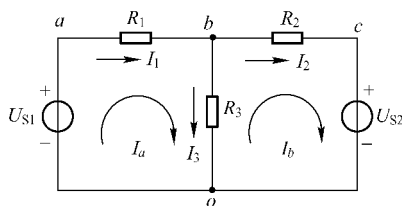


图2-26 网孔电流法用图

$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 + I_3 R_3 - U_{S1} &= 0 \\ I_2 R_2 - I_3 R_3 + U_{S2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-26)$$

将式(2-26)中的支路电流用网孔电流代替可得

$$\left. \begin{aligned} R_1 I_a + R_3 (I_a - I_b) - U_{S1} &= 0 \\ R_2 I_b + R_3 (I_a - I_b) + U_{S2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

整理后可得

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3) I_a - R_3 I_b &= U_{S1} \\ -R_3 I_a + (R_2 + R_3) I_b &= -U_{S2} \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

这就是以网孔电流为未知量列出的KVL方程,称为网孔方程。将式(2-27)写成一般形式:

$$\left. \begin{aligned} R_{11} I_a + R_{12} I_b &= U_{S11} \\ R_{21} I_a + R_{22} I_b &= U_{S22} \end{aligned} \right\} \quad (2-28)$$

式(2-28)中 $R_{11} = R_1 + R_3$ ,  $R_{22} = R_2 + R_3$ 分别表示网孔1、2的自电阻,其值为各网孔内所有电阻的总和。 $R_{12} = R_{21} = -R_3$ 表示网孔1、2的公共电阻,称为互电阻。当通过网孔1、2的公共电阻的两个网孔电流参考方向一致时,互电阻为正;相反时,互电阻为负。在选定网孔电流都是顺时针或者都是逆时针方向的情况下,互电阻都是负的。 $U_{S11} = U_{S1}$ ,  $U_{S22} = -U_{S2}$ 分别表示网孔1、2中所有电压源电压的代数和。当电压源电压的参考方向与网孔电流的参考方向一致时,电压源电压取负号,反之取正号。

网孔电流法的计算步骤可归纳为:

- (1) 选定各网孔电流的参考方向。一般选取网孔绕行方向与网孔电流的参考方向一致。
- (2) 列网孔方程。方程个数与网孔个数相等。

- (3) 联立解方程, 求得各网孔电流。
- (4) 选取支路电流的参考方向, 根据支路电流与网孔电流的线性关系, 求出各支路电流。

**【例 2-10】** 用网孔电流法求图 2-27 中各支路电流。

**解:** 图中有三个网孔, 设网孔 1、2、3 的网孔电流分别为  $I_a$ 、 $I_b$ 、 $I_c$ , 其参考方向如图所示。并选定绕行方向与网孔电流的参考方向一致, 列网孔方程:

$$\begin{aligned}(2+2+1)I_a - 2I_b - 1I_c &= -18 + 6 \\ -2I_a + (2+3+6)I_b - 6I_c &= 18 - 12 \\ -1I_a - 6I_b + (1+6+3)I_c &= 25 - 6\end{aligned}$$

整理后可得

$$\begin{cases} 5I_a - 2I_b - I_c = -12 \\ -2I_a + 11I_b - 6I_c = 6 \\ -I_a - 6I_b + 10I_c = 19 \end{cases}$$

这是一个三元一次方程组, 用 MATLAB 解之得

$$I_a = -1\text{A}, I_b = 2\text{A}, I_c = 3\text{A}$$

各支路电流分别为

$$I_1 = I_a = -1\text{A}, I_2 = I_b = 2\text{A}, I_3 = I_c = 3\text{A}$$

$$I_4 = I_c - I_a = 4\text{A}, I_5 = I_a - I_b = -3\text{A}, I_6 = I_c - I_b = 1\text{A}$$

现在我们用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算结果是否正确。如图 2-28 所示的电路是例 2-10 电路 Proteus 仿真图, 图中增加了六块测量用的虚拟直流电流表, 原图中电压源都用同电压的直流电池代替。执行开始仿真命令, 将出现如图 2-28 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_1 = -1\text{A}$ ,  $I_2 = 2\text{A}$ ,  $I_3 = 3\text{A}$ ,  $I_4 = 4\text{A}$ ,  $I_5 = -3\text{A}$ ,  $I_6 = 1\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ 、 $I_5$ 、 $I_6$  完全吻合, 表明本题计算正确。

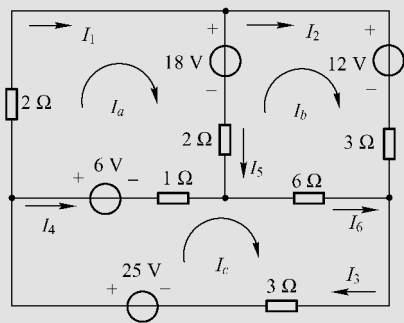


图 2-27 例 2-10 的电路

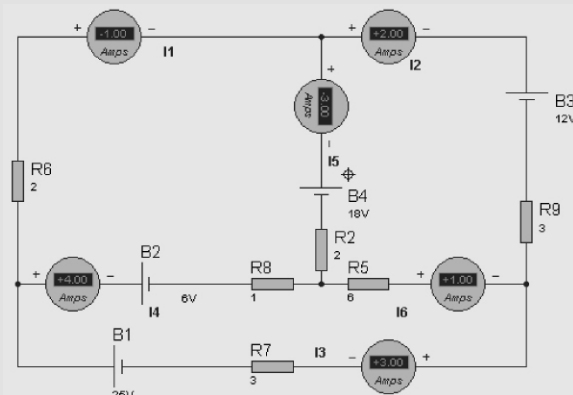


图 2-28 例 2-10 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.7 叠加定理

在一个线性电路中,如果有多个电源同时作用,任一支路的电流或电压,等于这个电路中各个电源分别单独作用时,在该支路中产生的电流或电压的代数和。这就是叠加定理 (superposition theorem)。

图 2-29 (a) 所示是一个用以说明叠加定理的电路,电路中支路电流  $I_1$  可用支路电流法求出。即应用基尔霍夫定律列出方程组

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3 \\ E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 \end{cases} \quad (2-29)$$

解之得

$$I_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_1 - \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_2 \quad (2-30)$$

设

$$I_1' = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_1, \quad I_1'' = -\frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_2 \quad (2-31)$$

于是

$$I_1 = I_1' - I_1'' \quad (2-32)$$

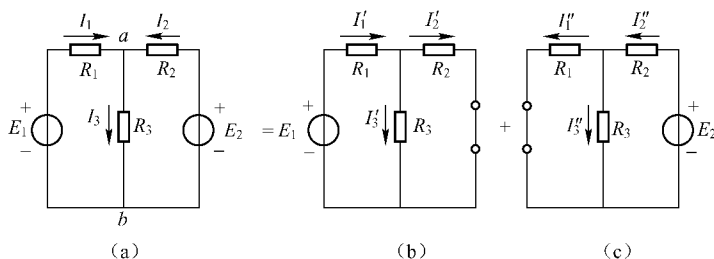


图 2-29 说明叠加定理的电路

显然,  $I_1'$  是当电路中只有  $E_1$  单独作用时,在第一支路中所产生的电流,见图 2-29 (b)。而  $I_1''$  是当电路中只有  $E_2$  单独作用时,在第一支路中所产生的电流,见图 2-29 (c)。因为  $I_1''$  的方向同  $I_1$  的参考方向相反,所以带负号。

同理

$$I_2 = I_2' - I_2'' \quad (2-33)$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' \quad (2-34)$$

所谓电路中只有一个电源单独作用,就是假设将其余电源均除去(将各个理想电压源短接,即其电动势为零;将各个理想电流源开路,即其电流为零)。

用叠加定理计算复杂电路,就是把一个多电源的复杂电路化为几个单电源电路来计算。在一个线性电路中,支路的电压和电流都可以用叠加定理来求解,但电路功率计算不能用叠加定理。

叠加定理在线性电路的分析中起着重要作用,它是分析线性电路的基础。

**【注意】**

- ⊙ 叠加定理只能用来计算线性电路的电流和电压，对非线性电路叠加定理不能使用。如电路功率计算不能用叠加定理。
- ⊙ 叠加时，电路的连接及所有电阻保持不变。不作用的电压源用短路线代替；不作用的电流源用开路代替。
- ⊙ 所求响应分量叠加时，若分量的参考方向与原电路中该响应的参考方向一致，则该分量取正号；反之取负号。

**【例 2-11】** 在图 2-30 所示的电路中，设  $E_1 = 140\text{V}$ ， $E_2 = 90\text{V}$ ， $R_1 = 20\Omega$ ， $R_2 = 5\Omega$ ， $R_3 = 6\Omega$ ，试用叠加定理求各支路电流。

**解：** 图 2-30 所示的各个电流，可以看成是由图 2-29 (b)，(c) 所示两个电路的电流叠加起来的。在图 2-29 (b) 中

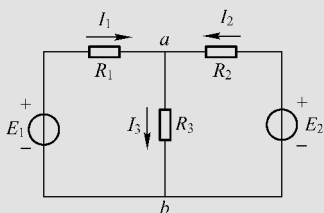


图 2-30 例 2-11 的电路

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{140}{20 + \frac{5 \times 6}{5 + 6}} = 6.16\text{A}$$

$$I'_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I'_1 = \frac{6}{5 + 6} \times 6.16 = 3.36\text{A}$$

$$I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I'_1 = \frac{5}{5 + 6} \times 6.16 = 2.80\text{A}$$

在图 2-29 (c) 中

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{90}{5 + \frac{20 \times 6}{20 + 6}} = 9.36\text{A}$$

$$I''_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I''_2 = \frac{6}{20 + 6} \times 9.36 = 2.16\text{A}$$

$$I''_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I''_2 = \frac{20}{20 + 6} \times 9.36 = 7.20\text{A}$$

所以

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 6.16 - 2.16 = 4.0\text{A}$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 9.36 - 3.36 = 6.0\text{A}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 2.80 + 7.20 = 10.0\text{A}$$

这和前面用别的方法计算本题结果是一样的。

**【例 2-12】** 在图 2-31 (a) 所示的电路中，已知  $I_s = 3\text{A}$ ， $U_s = 20\text{V}$ ， $R_1 = 20\Omega$ ， $R_2 = 10\Omega$ ， $R_3 = 30\Omega$ ， $R_4 = 10\Omega$ ，试用叠加定理计算  $U$ 。

**解：** 按照叠加定理，作出电压源和电流源分别作用的分电路，如图 2-31 (b)，(c) 所示。

(1) 电压源单独作用时，有

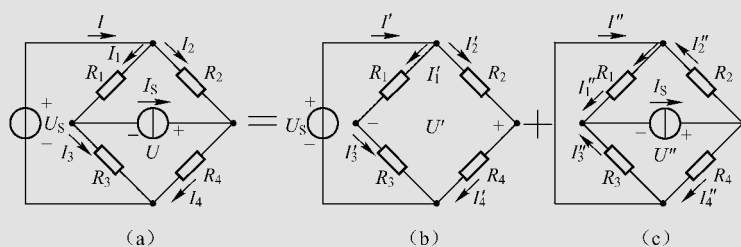


图 2-31 例 2-12 的电路

$$I'_1 = I'_3 = \frac{U_s}{R_1 + R_3} = \frac{20}{20 + 30} = 0.4 \text{ A}$$

$$I'_2 = I'_4 = \frac{U_s}{R_2 + R_4} = \frac{20}{10 + 10} = 1 \text{ A}$$

$$U' = R_4 I'_4 - R_3 I'_3 = 10 \times 1 - 30 \times 0.4 = -2 \text{ V}$$

(2) 电流源单独作用时, 有

$$I''_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_s = \frac{30}{20 + 30} \times 3 = 1.8 \text{ A}$$

$$I''_2 = \frac{R_4}{R_2 + R_4} I_s = \frac{10}{10 + 10} \times 3 = 1.5 \text{ A}$$

$$U'' = R_2 I''_2 + R_1 I''_1 = 10 \times 1.5 + 20 \times 1.8 = 51 \text{ V}$$

(3) 将单独作用的分量叠加, 有

$$U = U' + U'' = -2 + 51 = 49 \text{ V}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-32 所示的电路是例 2-12 电路 Proteus 仿真图, 图中电压源用计算出的 49V 电压源, 即 49V 电池代替, 看  $I_s$  是否为 3A。执行开始仿真命令, 将出现如图 2-32 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_s = 3.00\text{A}$ 。这说明当  $U$  为计算出的 49V 时,  $I_s = 3\text{A}$ 。这表明本题计算正确。

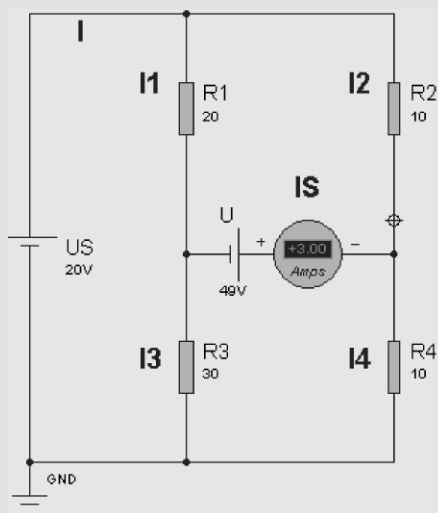


图 2-32 例 2-12 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.8 齐性定理

齐性定理 (homogeneous theorem) 可以表述为: 在线性电路中, 当所有激励 (电压源和电流源) 都同时增大或缩小  $K$  倍 ( $K$  为实常数) 时, 电路响应 (电压和电流) 也将同样增大或缩小  $K$  倍, 这就是线性电路的齐性定理, 它是叠加定理的特例。用下面的例子说明齐性定理的用法。



**【例 2-13】** 在如图 2-33 所示的梯形电路中, 已知  $U_S = 100V$ ,  $R_1 = R_3 = R_5 = 2\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = R_6 = 20\Omega$ , 求各个分电流。

**解:** 此电路可以用电阻串并联化简, 先求出总电流, 再利用分流、分压公式求出各个分电流。也可以用齐性定理的倒推法来计算。

先给  $I_5$  一个假定值, 设  $I_5' = 1A$ , 则

$$U_{bc}' = (R_5 + R_6) I_5' = (20 + 2) \times 1 = 22V$$

$$I_4' = \frac{U_{bc}'}{R_4} = \frac{22}{20} = 1.1A$$

$$I_3' = I_4' + I_5' = 1.1 + 1 = 2.1A$$

$$U_{ad}' = R_3 I_3' + U_{bc}' = 2 \times 2.1 + 22 = 26.2V$$

$$I_2' = \frac{U_{ad}'}{R_2} = \frac{26.2}{20} = 1.31A$$

$$I_1' = I_2' + I_3' = 1.31 + 2.1 = 3.41A$$

$$U_S' = R_1 I_1' + U_{ad}' = 2 \times 3.41 + 26.2 = 33.02V$$

由题可知  $U_S = 100V$ , 这表明计算出的电源电压比原电源电压小, 需增大  $K$  倍才对。

$$K = \frac{100}{33.02} = 3.03$$

故各支路电流也要同样增大  $K = 3.03$  倍才对, 即

$$I_5 = K I_5' = 3.03 \times 1 = 3.03A$$

$$I_4 = K I_4' = 3.03 \times 1.1 = 3.33A$$

$$I_3 = K I_3' = 3.03 \times 2.1 = 6.36A$$

$$I_2 = K I_2' = 3.03 \times 1.31 = 3.97A$$

$$I_1 = K I_1' = 3.03 \times 3.41 = 10.33A$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-34 所示的电路是例 2-13 电路 Proteus 仿真结果图。由图可见,  $I_5 = 3.03A$ ,  $I_1 = 10.3A$ 。这和前面的理论计算值  $I_5$  和  $I_1$  完全吻合, 表明本题计算正确。

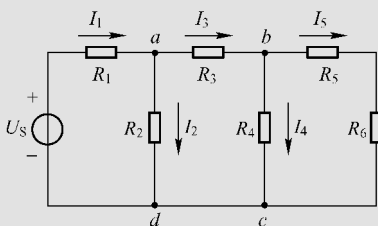


图 2-33 例 2-13 的电路

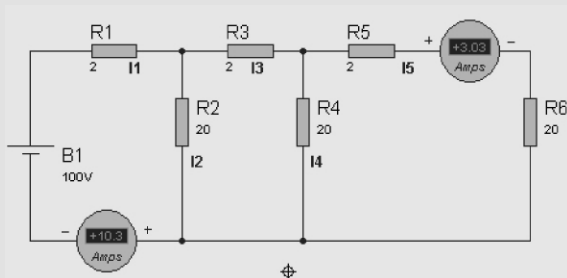


图 2-34 例 2-13 电路 Proteus 仿真结果图



## 2.9 戴维南定理

在电路分析中,可以把由多个元器件组成的电路作为整体看待。若这个整体只有两个端钮与外电路联系,则称为二端网络。二端网络又可以分成两类,其内部不含电源的称为无源二端网络 (passive two-terminal network),其内部含有电源的称为有源二端网络 (active two-terminal network)。我们已经知道,只含有电阻的无源二端网络的等效电路是一个等效电阻,那么,有源二端网络的等效电路是什么呢? 本节介绍的戴维南定理 (Thevenin's Theorem) 和诺顿定理 (Norton's Theorem) 将回答这个问题。

戴维南定理可以表述为: 任何一个线性有源二端网络,对外部电路而言,都可以用一个电动势  $E$  和内阻  $R_0$  串联的电源来等效代替 (见图 2-35)。等效电源的电动势  $E$  就是有源二端网络的开路电压  $U_0$ ,即将负载断开后  $a$ 、 $b$  两端的电压。等效电源的内阻  $R_0$  等于有源二端网络化成无源网络 (理想的电压源短接,理想的电流源断开) 后,  $a$ 、 $b$  两端之间的等效电阻。

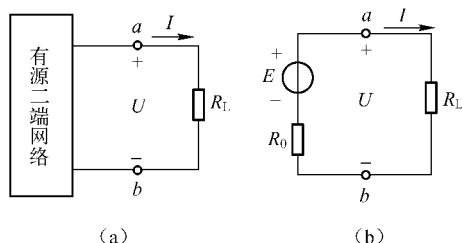


图 2-35 等效电源

用戴维南定理分析电路的步骤可归纳为:

- (1) 将所求电流或电压的待求支路与电路的其他部分断开,得到一个有源二端网络。
- (2) 求这个有源二端网络的开路电压  $U_{OC}$ 。
- (3) 将有源二端网络中的所有电压源用短路代替,电流源用开路代替,得到无源二端网络,求该无源二端网络的等效电阻  $R_0$ 。
- (4) 画出戴维南等效电路,并与待求支路相连,得到一个无分支闭合电路,再求所求电流或电压。

**【例 2-14】** 用戴维南定理计算例 2-11 中支路电流  $I_3$ 。

**解:** 例 2-11 中的电路可化为如图 2-36 所示的等效电路。等效电源的电动势  $E$  可由图 2-37 (a) 求得

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{140 - 90}{20 + 5} = 2 \text{ A}$$

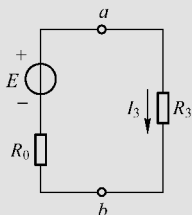


图 2-36 例 2-11 中图 2-30 的等效电路

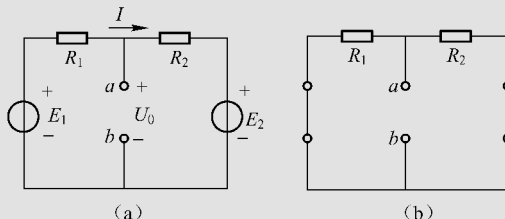


图 2-37 计算等效电源的  $E$  和  $R_0$  的电路

于是

$$E = U_0 = E_1 - R_1 I = 140 - 20 \times 2 = 100\text{V}$$

或

$$E = U_0 = E_2 + R_2 I = 90 + 5 \times 2 = 100\text{V}$$

等效电源的内阻  $R_0$  可由图 2-37 (b) 求得。对  $a$ 、 $b$  两端来说,  $R_1$  和  $R_2$  是并联的, 故

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\Omega$$

然后由图 2-36 求出

$$I_3 = \frac{E}{R_0 + R_3} = \frac{100}{4 + 6} = 10\text{A}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验本题的计算是否正确。图 2-38 所示的电路是例 2-14 等效电路 Proteus 仿真结果图, 图中  $E = 100\text{V}$  和  $R_0 = 4\Omega$ 。由图可见,  $I_3 = 10.0\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $I_3$  完全吻合, 表明本题计算正确。

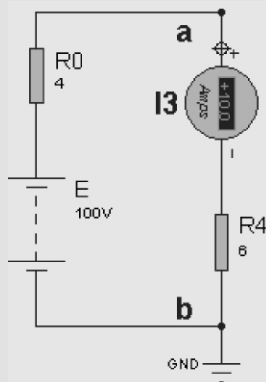


图 2-38 例 2-14 等效电路 Proteus 仿真结果图

**【例 2-15】** 用戴维南定理计算图 2-39 (a) 所示电路中流过  $R_L$  的电流  $I$ 。

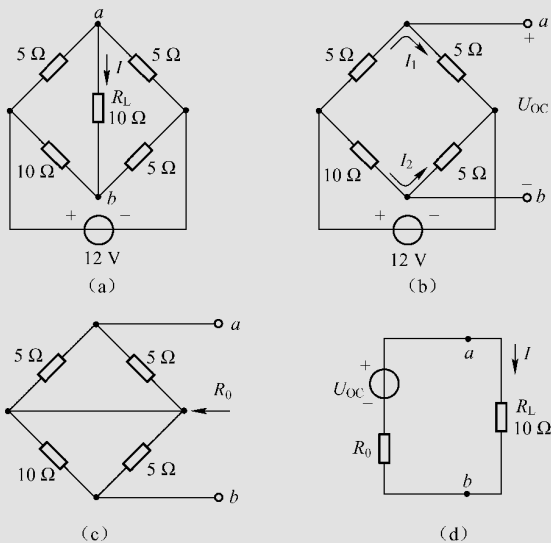


图 2-39 例 2-15 的电路

**解:** 将电阻  $R_L$  移出, 其余部分成为有源二端网络, 如图 2-39 (b) 所示, 先求该图的开路电压  $U_{oc}$ , 可得

$$U_{oc} = 5I_1 - 5I_2 = 5 \times \frac{12}{5+5} - 5 \times \frac{12}{10+5} = 2\text{V}$$

再求等效电阻  $R_0$ , 将有源二端网络转化成无源二端网络, 如图 2-39 (c) 所示, 得

$$R_0 = \frac{5 \times 5}{5 + 5} + \frac{10 \times 5}{10 + 5} = 5.8\Omega$$

画出戴维南等效电路, 并将移出的支路接入等效电路, 如图 2-39 (d) 所示, 流过  $R_L$  的电流为

$$I = \frac{U_{oc}}{R_0 + R_L} = \frac{2}{5.8 + 10} = 0.13 \text{ A}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验本题的计算是否正确。如图 2-40 所示的电路是例 2-15 电路 Proteus 仿真结果图, 其中图 2-40 (a) 是原题图的仿真结果图, 图 2-40 (b) 是原题图经戴维南定理变换生成的等效电路的仿真结果图, 图中  $U_{oc} = 2\text{V}$ ,  $R_0 = 5.8\Omega$ ,  $R_L = 10\Omega$ 。由图可见, 两图的电流表都显示 0.13A。这和前面的理论计算值一致, 表明用戴维南定理计算的结果是正确的。

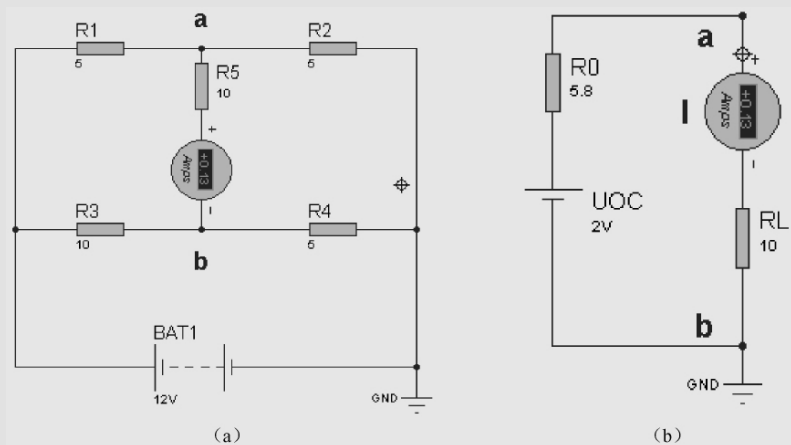


图 2-40 例 2-15 电路 Proteus 仿真结果图

**【例 2-16】** 电路如图 2-41 所示,  $R = 2.5\text{k}\Omega$ , 用戴维南定理求电阻  $R$  中的电流  $I$ 。

解: 图 2-41 所示的电路和图 2-42 所示的电路是一样的。

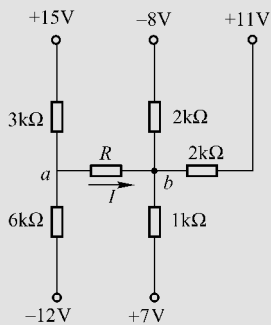


图 2-41 例 2-16 的电路

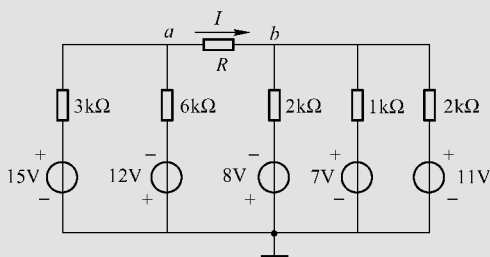


图 2-42 例 2-16 的电路另一种画法

(1) 将  $a$ 、 $b$  间开路, 求开路电压  $U_{ab0}$ 。应用节点电压法求  $a$ 、 $b$  间开路时  $a$  和  $b$  两点的电位, 即

$$V_{a0} = \frac{\frac{15}{3 \times 10^3} - \frac{12}{6 \times 10^3}}{\frac{1}{3 \times 10^3} + \frac{1}{6 \times 10^3}} = 6 \text{ V}$$

$$V_{b0} = \frac{-\frac{8}{2 \times 10^3} + \frac{7}{1 \times 10^3} + \frac{11}{2 \times 10^3}}{\frac{1}{2 \times 10^3} + \frac{1}{1 \times 10^3} + \frac{1}{2 \times 10^3}} = 4.25 \text{ V}$$

$$U_{ab0} = V_{a0} - V_{b0} = 6 - 4.25 = 1.75 \text{ V}$$

(2) 将  $a$ 、 $b$  间开路, 求等效电源的内阻  $R_0$ 。

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}} = 2.5 \text{ k}\Omega$$

(3) 求电阻  $R$  中的电流  $I$ 。

$$I = \frac{U_{ab0}}{R + R_0} = \frac{1.75}{(2.5 + 2.5) \times 10^3} = 0.35 \times 10^{-3} \text{ A} = 0.35 \text{ mA}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-43 所示的电路是例 2-16 电路 Proteus 仿真结果图, 其中图 2-43 (a) 是原题的仿真结果图, 图 2-43 (b) 是原题经戴维南定理变换生成的等效电路的仿真结果图, 图中  $U_{OC} = 1.75 \text{ V}$ ,  $R_0 = 2.5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_7 = 2.5 \text{ k}\Omega$ 。由图可见, 两图的电流表都显示  $0.35 \text{ mA}$ 。这和前面的理论计算值一致, 表明用戴维南定理计算的结果是正确的。

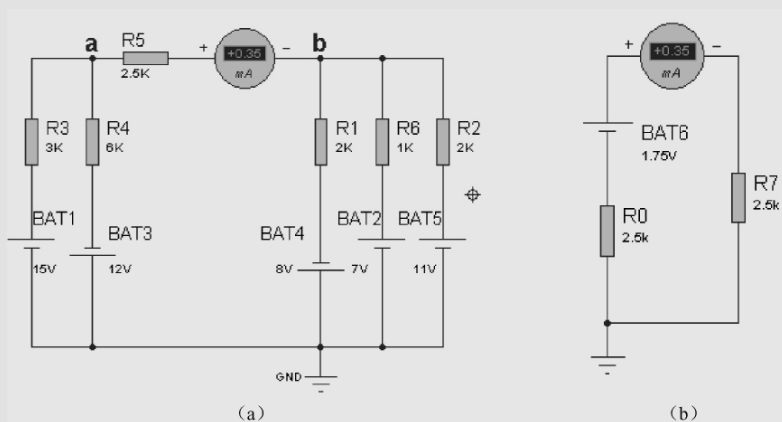


图 2-43 例 2-16 电路 Proteus 仿真结果图

**【例 2-17】** 用戴维南定理计算图 2-44 中电阻  $R_L$  上的电流  $I$ 。

**解:** (1) 先用  $\Delta \rightarrow Y$  电阻等效变换法把图 2-44 中的电路, 转换成如图 2-45 所示的电路。原图中的  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  已变成  $R_A$ 、 $R_B$ 、 $R_C$  (见例 2-3)。

(2) 将  $A$ 、 $B$  间开路, 求开路电压  $U_{AB}$ 。图中左侧网孔内的电流为

$$I' = \frac{B_1}{R_A + R_B + R_4} = \frac{14}{120 + 80 + 1200} = 0.01 \text{ A} = 10 \text{ mA}$$

1 和 0 点间的电压为

$$U_{10} = I'(R_B + R_4) = 0.01 \times 1280 = 12.8 \text{ V}$$

1 和 0 点间的电压即为  $A$ 、 $B$  间的电压, 故

$$U_{AB} = U_{10} = 12.8 \text{ V}$$

(3) 求等效电阻  $R_0$ 。将  $A$ 、 $B$  两点左侧的有源二端网络化为无源二端网络，即将电源  $B_1$  用短路代替，等效电阻  $R_0$  为

$$R_0 = [(R_B + R_4) // R_A] + R_C \approx 206\Omega$$

(4) 画出戴维南等效电路，如图 2-46 所示。图中  $B_1 = U_{AB} = 12.8V$ ， $R_0 = 206\Omega$ 。

(5) 求电阻  $R_L$  上的电流  $I$ 。

$$I = \frac{B_1}{R_0 + R_L} = \frac{12.8}{206 + 600}A \approx 15.9mA$$

(6) 验算。现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 2-46 所示的电路是例 2-17 戴维南等效电路 Proteus 仿真结果图，图 2-47 是例 2-17 原题电路的仿真结果图。由图可见，两图的电流表都显示 15.9mA。这和前面的理论计算值一致，表明用戴维南定理计算的结果是正确的。

其实，用戴维南定理计算题，使用 Proteus 软件仿真时，求两点间的开路电压，不用像刚才解本题第 (2) 步那样计算，用一个虚拟直流电压表跨接在两点间直接测量，就可得出开路电压。

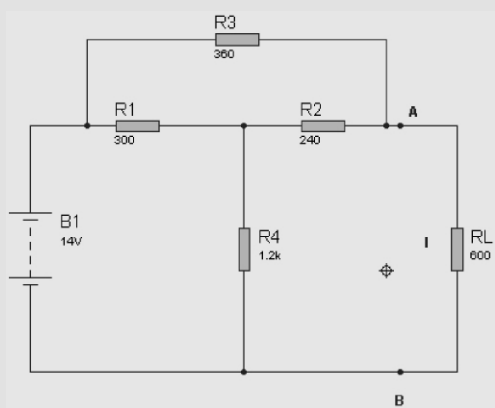


图 2-44 例 2-17 的电路

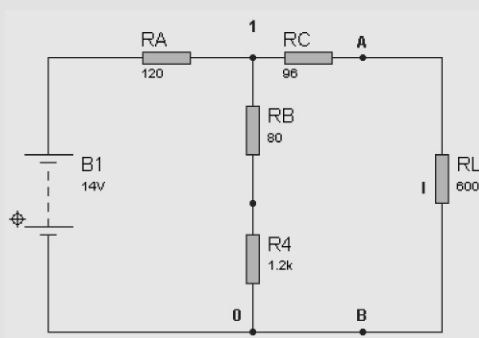


图 2-45 经  $\Delta \rightarrow Y$  电阻等效变换之后的例 2-17 电路

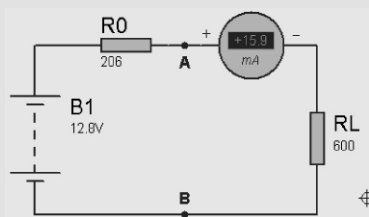


图 2-46 例 2-17 的戴维南等效电路的仿真结果图

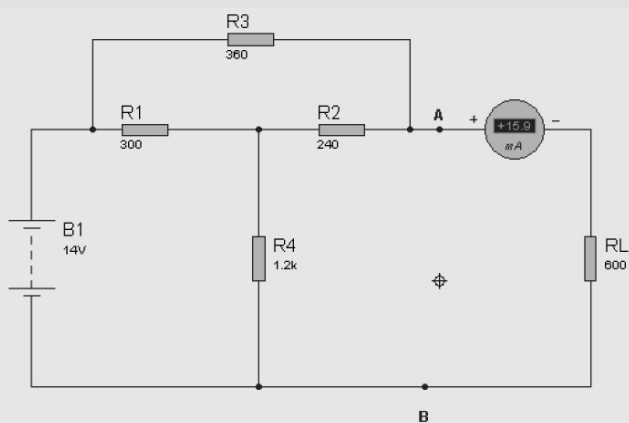


图 2-47 例 2-17 原电路的仿真结果图



## 2.10 诺顿定理

戴维南定理说的是有源二端网络用电压源模型等效的原理和方法。诺顿定理说的是有源二端网络用电流源模型等效的原理和方法。

任何一个线性有源二端网络，对外电路来说，都可以用一个理想电流源和电阻并联的模型来等效替代，如图 2-48 所示。理想电流源的电流  $I_s$  等于线性有源二端网络的短路电路，即将  $a$ 、 $b$  两点短接后其中的电流。理想电流源的内阻  $R_0$  等于将有源二端网络变成无源二端网络（理想的电压源短接，理想的电流源断开）后， $a$ 、 $b$  两端之间的等效电阻。这就是诺顿定理，该电路模型称为诺顿等效电路。

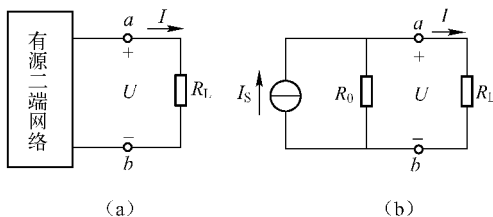


图 2-48 等效电流源

因此，一个有源二端网络既可以用戴维南定理化为等效电压源，也可以用诺顿定理化为等效电流源。两者对外电路来说是等效的，关系是

$$E = R_0 I_s \quad \text{或} \quad I_s = \frac{E}{R_0}$$

**【例 2-18】** 用诺顿定理计算例 2-11 中支路电流  $I_3$ 。

**解：** 例 2-11 中的电路，可化为图 2-49 所示的等效电路。等效电源的电流  $I_s$  可由图 2-50 求得。

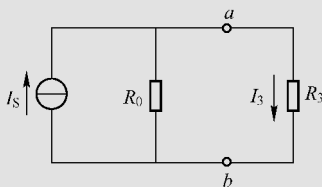


图 2-49 例 2-11 中电路的等效电路

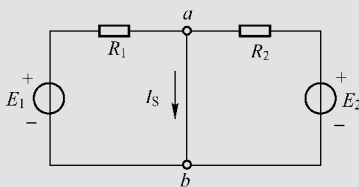


图 2-50 计算  $I_s$  的电路

$$I_s = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = \frac{140}{20} + \frac{90}{5} = 25 \text{ A}$$

等效电源的内阻  $R_0$  同例 2-14 一样，可由图 2-37 求得

$$R_0 = 4 \Omega$$

于是

$$I_3 = \frac{R_0}{R_0 + R_3} I_s = \frac{4}{4 + 6} \times 25 = 10 \text{ A}$$

**【例 2-19】** 用诺顿定理及电压源和电流源模型的等效变换法计算图 2-44 中电阻  $R_L$  上的电流  $I$ 。

**解:** (1) 用诺顿定理求解。图 2-44 所示的电路, 可化为图 2-51 所示的等效电路。图中  $I_s$  为图 2-45 中将  $A$ 、 $B$  两点短接后其中的电流。设图 2-45 中将  $A$ 、 $B$  两点短接后电源  $B_1$  中流过的电流为  $I'$ , 则  $I' = \frac{B_1}{[(R_B + R_4) // R_C] + R_A} = \frac{14}{[(80 + 1200) // 96] + 120} = 66.9\text{mA}$ , 再根据分流原则, 得

$$I_s = I' \frac{R_4 + R_B}{R_4 + R_B + R_C} = 66.9 \times \frac{1200 + 80}{1200 + 80 + 96} = 62.2\text{mA}$$

等效电阻  $R_0$  的求法同例 2-17, 得

$$R_0 = 206\Omega$$

所以图 2-51 中的电流

$$I = I_s \frac{R_0}{R_0 + R_L} = 62.2 \times \frac{206}{206 + 600} = 15.9\text{mA}$$

(2) 用电压源和电流源模型的等效变换求解。由图 2-47 所示的电压源模型电路直接变换成图 2-51 所示的电流源模型电路, 其中,  $R_0 = 206\Omega$  不变,  $I_s = \frac{B_1}{R_0} = \frac{12.8}{206} = 62.1\text{mA}$ 。电流  $I$  求法同上。

(3) 用 Proteus 软件仿真的方法求解。此法无须把三角形电路变换为星形电路, 直接将虚拟电流表串到  $A$ 、 $B$  两点之间测量电路的短路电流即可。如图 2-52 所示为测量电路短路电流的 Proteus 仿真图, 由图可见, 短路电流  $I_s$  为  $62.21\text{mA}$ 。等效电阻  $R_0$  的求法同前。电流  $I$  求法同上。

前面我们提到, 用戴维南定理计算, 使用 Proteus 软件仿真时, 求两点间的开路电压, 可用一个虚拟直流电压表跨接在两点间直接测量就可得到。类似地, 用诺顿定理计算, 使用 Proteus 软件仿真时, 求两点间的短路电流, 可用一个虚拟直流电流表串接在两点间直接测量, 就可得到。

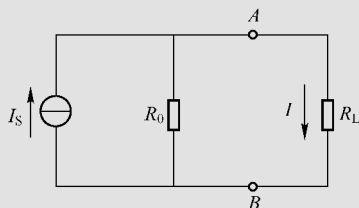


图 2-51 图 2-44 电路的等效电路

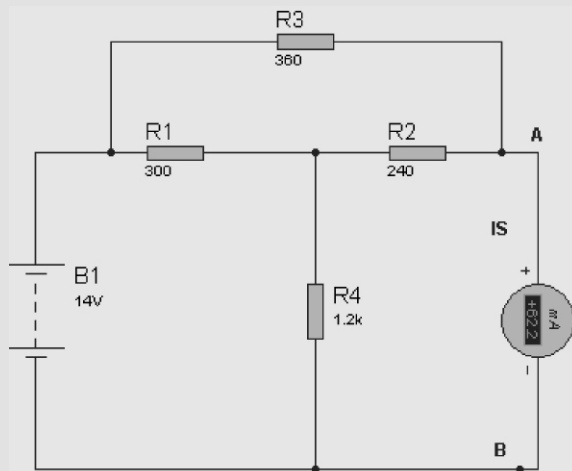


图 2-52 测量电路短路电流的 Proteus 仿真图





## 2.11 小结

1. 串联电路的等效电阻等于各电阻之和；并联电路的等效电阻的倒数等于各个电阻倒数之和，或并联电路的等效电导等于各电导之和；混联电路的等效电阻可由电阻串并联计算得出。

2. 串联电阻具有分压作用，电阻越大，分压越高；并联电阻具有分流作用，电阻越小，分流越大。

3. 两个电阻串联，总电阻  $R = R_1 + R_2$ ，总电压  $U = U_1 + U_2$ 。有分压作用  $U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$ 。

4. 两个电阻并联，总电阻  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ，总电流  $I = I_1 + I_2$ 。有分流作用  $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$ 。

5. 电阻 Y 形连接和  $\Delta$  形连接可以等效变换，对称情况下等效变换条件： $R_{\Delta} = 3R_Y$  或  $R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$ 。

6. 电压源与电阻串联的模型和电流源与电阻并联的模型可以进行等效变换，等效变换关系式为

$$I_s = \frac{E_s}{R_s}, R_s' = R_s$$

7. 支路电流法是电路分析中最基本的方法之一。以支路电流为未知量，直接应用基尔霍夫定律（KCL、KVL）列方程求解。

8. 网孔电流法以网孔电流为未知量，应用 KVL 列回路电压方程，求出网孔电流后再利用支路电流与网孔电流的关系求支路电流及其他。

9. 节点电位法以节点电位为未知量，应用 KCL 列回路电压方程，求出节点电位后再利用支路电流与节点电位的关系求支路电流及其他。

10. 节点电位法的特例是弥尔曼定理，它适用于只有一个独立节点的电路。

11. 叠加定理只适用于线性电路，任一支路电流或电压都是电路中各独立电源单独作用时在该支路产生的电流或电压的代数和。当独立电源不作用时，理想电压源短路，理想电流源开路。内电阻要保留，同时注意叠加是代数和。一般适合于求解电源较少的电路。

12. 齐性定理。在线性电路中，当所有激励（电压源和电流源）都同时增大或缩小  $K$  倍（ $K$  为实常数）时，电路响应（电压和电流）也将同样增大或缩小  $K$  倍，这就是线性电路的齐性定理。

13. 有源二端网络用电压源模型替代，即戴维南定理；有源二端网络用电流源模型替代，即诺顿定理。

14. 戴维南定理说明了线性有源二端网络可以用一个实际电压源等效替代，该电压源的电压等于网络的开路电压  $U_{oc}$ ，而等效电阻  $R_0$  等于网络内部独立电源不起作用时从端口上看进的等效电阻，该实际电压源又称戴维南等效电路。戴维南定理一般适合于求解某一支路的电流或电压。

15. 诺顿定理。任何一个线性有源二端网络，对外电路来说，都可以用一个理想电流源和电阻并联的模型来等效替代。理想电流源的电流等于线性有源二端网络的短路电流。理想电流源的内阻  $R_0$  等于将有源二端网络变成无源二端网络后，网络两端之间的等效电阻。诺顿定理也可以用两种电源模型等效变换从戴维南定理中推得。

16. Proteus 仿真软件可用于直流电阻电路的分析，对电路的电流、电压和电阻（通过电流和电压）值都能准确测量出来。

## 第3章 线性动态电路的暂态分析

在含有储能元件（电容、电感）的电路中，当电路的某处连接或元件的参数发生变化时，使储能元件储能或释放能量而导致电路中的电压及电流产生暂时的变化过程，称为电路的暂态。暂态过程发生之前或暂态过程结束之后的电路状态均称为稳态。

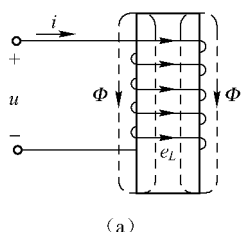
本章主要讨论以下内容：电感元件和电容元件、换路定律与初始值的计算、一阶电路的响应、运用三要素法分析暂态过程中电压和电流的变化规律及常用的 RC 微积分电路。



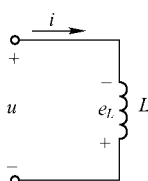
### 3.1 电感元件和电容元件

#### 1. 电感元件

图 3-1 所示是一电感元件（线圈），其上电压为  $u$ 。当通过电流  $i$  时，将产生磁通  $\Phi$ 。设磁通通过每匝线圈，如果线圈有  $N$  匝，则电感元件的参数



(a)



(b)

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad (3-1)$$

称为电感或自感。线圈的匝数愈多，其电感愈大；线圈中单位电流产生的磁通愈大，电感也愈大。电感的单位是亨 [利] (H) 或毫亨 (mH)，磁通的单位是韦 [伯] (Wb)。

当电感元件中磁通  $\Phi$  或电流  $i$  发生变化时，在电感元件中产生的感应电动势为

$$e_L = -N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

根据基尔霍夫电压定律可写出

$$u + e_L = 0$$

或

$$u = -e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (3-2)$$

当线圈中流过恒定电流时，其上电压  $u$  为零，故电感元件可视为短路。

将式 (3-2) 两边乘以  $i$ ，并积分，得

$$\int_0^t u i dt = \int_0^t L i di = \frac{1}{2} L i^2 \quad (3-3)$$

式 (3-3) 表明当电感元件中的电流增大时，磁场能量增大；在此过程中，电能转换为磁能，即电感元件从电源取用能量。 $\frac{1}{2} L i^2$  就是电感元件中的磁场能量。当电流减小时，磁

场能量减小, 磁场转换为电能, 即电感元件向电源放还能量。可见, 电感元件不消耗能量, 是储能元件。

## 2. 电容元件

图 3-2 所示是电容元件, 其参数

$$C = \frac{q}{u}$$

$C$  称为电容, 它的单位是法 [拉] (F)。由于法 [拉] 的单位太大, 工程上多采用微法 ( $\mu\text{F}$ ) 或皮法 ( $\text{pF}$ )。 $1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$ ,  $1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$ 。当电容上电荷  $q$  或电压  $u$  发生变化时, 在电路中引起电流

$$i = \frac{\text{d}q}{\text{d}t} = C \frac{\text{d}u}{\text{d}t} \quad (3-4)$$

式 (3-4) 是在  $u$ 、 $i$  取关联参考方向下得出的, 否则要加一个负号。当电容元件两端加恒定电压时, 其中电流为零, 故电容元件可视为开路。

将式 (3-4) 两边乘以  $u$ , 并积分, 得

$$\int_0^t u i \text{d}t = \int_0^u C u \text{d}u = \frac{1}{2} C u^2 \quad (3-5)$$

式 (3-5) 表明当电容元件上的电压增高时, 电场能量增大; 在此过程中电容元件从电源取用能量 (充电)。 $\frac{1}{2} C u^2$  就是电容元件中的电场能量。当电压降低时, 电场能量减小, 即电容元件向电源放还能量 (放电)。可见, 电容元件也是储能元件。

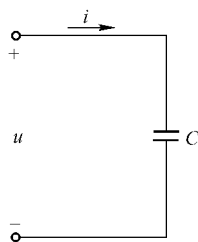


图 3-2 电容元件



## 3.2 换路定律与初始值的计算

### 1. 换路定律

自然界中的物质运动过程通常都存在稳定状态和过渡过程。电路也是这样, 即它也存在稳定状态和过渡过程。如图 3-3 (a) 所示是由  $R$ 、 $C$ 、开关  $S$  和直流电源  $U_s$  组成的充电电路。当开关  $S$  未闭合时, 电容上的电压  $u_C = 0$  (一种稳定状态); 当开关闭合后, 直流电源  $U_s$  给电容充电, 但电容上的端电压  $u_C$  也不是马上就等于  $U_s$ , 而是由零逐渐过渡到  $U_s$  (新的稳定状态)。电容上的电压  $u_C$  的变化规律如图 3-3 (b) 所示。可见, 电路从原来的稳定状态变化到另一个稳定状态是需要一个过程的, 这个过程就是电路的过渡过程。

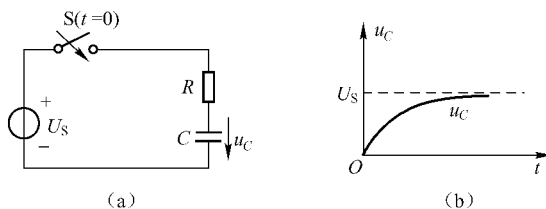


图 3-3 RC 充电电路的过渡过程

含有电感或电容的动态电路的一个重要特征是当电路的结构、元件的参数或电源发生变化时,可能使电路改变原来的工作状态,进而转变到另一种工作状态,这种转变往往需要经历一个过程,即过渡过程或称暂态过程。

分析电路的过渡过程时,需引入换路定律 (switching law)。所谓换路是指: 电路的某处连接或元件的参数发生变化。

**【换路定律】** 在换路瞬间电容两端的电压不能跃变 $\left(u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt\right)$ , 电感中的电流不能跃变 $\left(u_L = \frac{1}{L} \int i_L dt\right)$ , 设换路的瞬间  $t=0$ , 换路前的终了瞬间  $t=0_-$ , 换路后的初始瞬间  $t=0_+$ , 则换路定律可表述为

$$\left. \begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

## 2. 初始值的计算

换路定律表明电容电压或电感电流从一个数值到另一个数值必定是一个连续变化的过程。初始值的计算按如下的步骤进行:

(1) 根据换路前的稳态电路求出  $t=0_-$  时, 电路中的电容电压  $u_C(0_-)$  和电感电流  $i_L(0_-)$ , 然后再根据换路定律  $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ , 确定  $t=0_+$  时的电容电压  $u_C(0_+)$  和电感电流  $i_L(0_+)$ 。

(2) 根据换路后的电路, 将电容元件和电感元件分别用电压源和电流源代替, 其值分别等于  $u_C(0_+)$  和  $i_L(0_+)$ , 画出  $t=0_+$  时刻的等效电路。

(3) 根据  $t=0_+$  时刻的等效电路, 利用 KCL、KVL 和欧姆定律求出电路中其他元件或支路上的电压或电流的初始值  $u(0_+)$  和  $i(0_+)$ 。独立源取  $t=0_+$  时的值。

**【例 3-1】** 在如图 3-4 (a) 所示的电路中, 设开关 S 在  $t=0$  时断开, 断开前电路已处于稳态, 已知  $U_S = 8V$ ,  $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 2\Omega$ ,  $C = 1F$ 。试求  $t=0_+$  时的  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$  和  $u_C$ 。

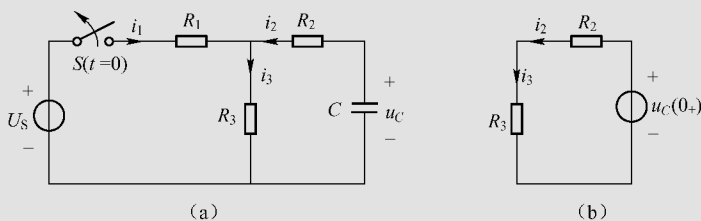


图 3-4 例 3-1 的电路

**解:** (1) 确定初始值  $u_C(0_+)$ 。由于开关 S 断开前电路已处于稳态, 所以电容相当于开路。故有

$$u_C(0_-) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U_S = \frac{2}{6 + 2} \times 8 = 2V$$

由换路定律得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2V$$

(2) 换路后一瞬间电容用电压源代替, 其值等于  $u_C(0_+) = 2\text{V}$ , 画出  $t=0_+$  时刻的等效电路, 如图 3-4 (b) 所示。

(3) 求出初始值。由图 3-4 (b) 可求得

$$i_2(0_+) = i_3(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_2 + R_3} = \frac{2}{2+2} = 0.5\text{A}$$

显然  $i_1(0_+) = 0\text{A}$ 。

从上述计算结果可以看出: 除了电容电压和电感电流的初始值不能跃变外, 其他初始值可能跃变也可能不跃变, 如电容上的电流由零跃变到  $0.5\text{A}$ , 电阻  $R_1$  上的电流由  $1\text{A}$  跃变到零。



### 3.3 RC 电路的响应

用经典法分析电路的过渡过程或暂态过程, 就是根据激励 (电压或电流), 通过求解电路的微分方程得出电路的响应 (电压或电流)。

#### 1. RC 电路的零状态响应

所谓 RC 电路的零状态, 是指换路前电容元件未储存能量,  $u_C(0_-) = 0$ 。此时由电源激励所产生的电路响应称为零状态响应 (zero-state response)。分析 RC 电路的零状态响应, 实际上就是分析它的充电过程。

图 3-5 所示是一 RC 串联电路。在  $t=0$  时将开关 S 合到位置 1 上, 电路即与一恒定电压为  $U$  的电压源接通, 对电容开始充电, 其上电压为  $u_C$ 。

根据基尔霍夫电压定律, 列出  $t \geq 0$  时电路的微分方程

$$U = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C \quad (3-7)$$

这是一个常系数微分方程, 解之得

$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{\tau}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-8)$$

式中,  $\tau = RC$ , 它具有时间的量纲, 所以称它为 RC 电路的时间常数 (time constant)。电容上电压  $u_C$  随时间的变化曲线如图 3-6 (a) 所示。

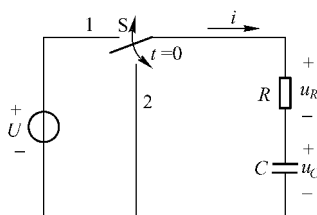
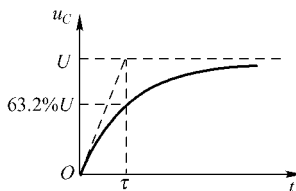
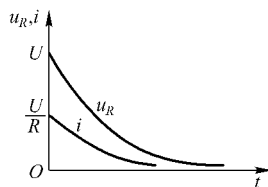


图 3-5 RC 串联电路



(a)  $u_C$  随时间的变化曲线



(b)  $u_R$  和  $i$  随时间的变化曲线

图 3-6 RC 电路的零状态响应

当  $t = \tau$  时

$$u_C = U(1 - e^{-1}) = U\left(1 - \frac{1}{2.718}\right) = U(1 - 0.368) = 63.2\% U$$

即从  $t=0$  经过一个时间  $\tau$  后  $u_C$  增长到稳定值  $U$  的 63.2%。

从理论上讲, 电路只有经过  $t = \infty$  的时间才能达到稳态。实际上经过  $t = 5\tau$  的时间,  $u_C$  就达到稳定值  $U$  的 99.3%, 就可认为达到稳态了。时间常数  $\tau$  愈大,  $u_C$  增长愈慢。改变电路的时间常数  $\tau$ , 也就是改变  $R$  或  $C$  的数值, 就可以改变电容充电的快慢。

$t > 0$  时电容元件充电电路中的电流求得为

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-9)$$

由此也可得出  $R$  上的电压

$$u_R = Ri = Ue^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-10)$$

$u_R$  和  $i$  随时间变化的曲线如图 3-6 (b) 所示。

**【例 3-2】** 在如图 3-7 (a) 所示的电路中, 已知  $U=9V$ ,  $R_1=6k\Omega$ ,  $R_2=3k\Omega$ ,  $C=1000pF$ ,  $u_C(0)=0$ 。试求  $t \geq 0$  时的电压  $u_C$ 。

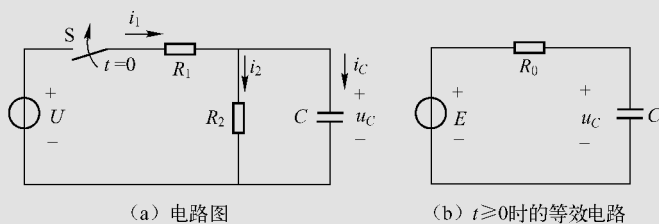


图 3-7 例 3-2 的电路

**解:** 应用戴维南定理将换路后的电路化为如图 3-7 (b) 所示的等效电路 ( $R_0C$  串联电路)。等效电源的电动势和内阻分别为

$$E = \frac{R_2 U}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 10^3 \times 9}{(6 + 3) \times 10^3} = 3V$$

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(6 \times 3) \times 10^6}{(6 + 3) \times 10^3} = 2 \times 10^3 \Omega = 2k\Omega$$

电路时间常数为

$$\tau = R_0 C = 2 \times 10^3 \times 1000 \times 10^{-12} = 2 \times 10^{-6} s$$

由式 (3-8) 得

$$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 3(1 - e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-6}}}) = 3(1 - e^{-5 \times 10^5 t}) V$$

图 3-8 所示是本例电路的 Proteus 仿真结果图。由图可见, 电容两端的电压为  $u_C = 3.0V$ 。这和前面理论计算的  $u_C$  的稳定值相同。由于电路的时间常数只有  $2\mu s$ , 因此看不到  $u_C$  从  $0V$  指数式上升到  $3V$  的变化过程。

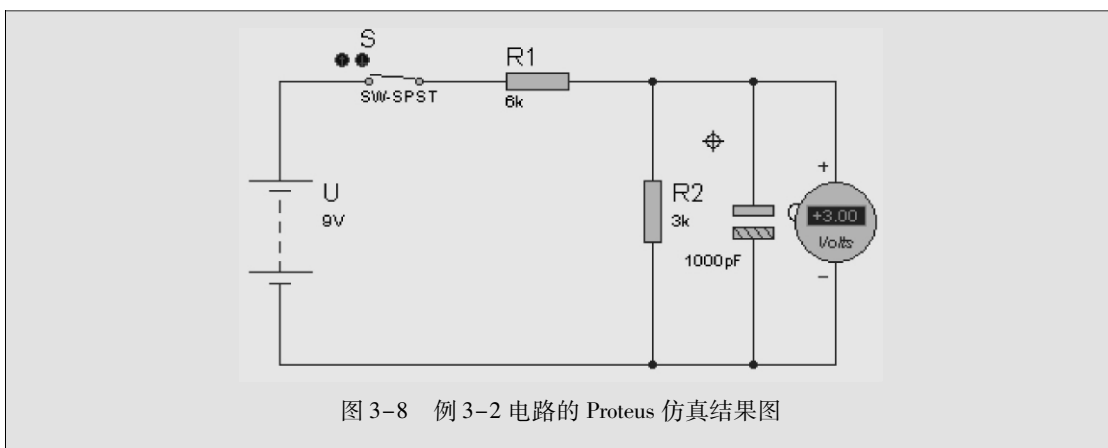


图 3-8 例 3-2 电路的 Proteus 仿真结果图

## 2. RC 电路的零输入响应

所谓 RC 电路的零输入，是指无电源激励，输入信号为零。在此条件下，有电容元件的初始状态  $u_c(0_+)$  所产生的电路响应，称为零输入响应 (zero-input response)。

分析 RC 电路的零输入响应，实际上就是分析它的放电过程。如果在图 3-5 中，当电容元件充电到  $u_c = U_0$  时，将开关 S 从位置 1 合到位置 2，使电路脱离电源，输入为零。此时，电容元件上电压的初始值  $u_c(0_+) = U_0$ ，于是电容元件经过电阻开始放电。

$t \geq 0$  时电路的微分方程为

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

解之可得

$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3-11)$$

电容上电压  $u_c$  随时间的变化曲线如图 3-9 (a) 所示。

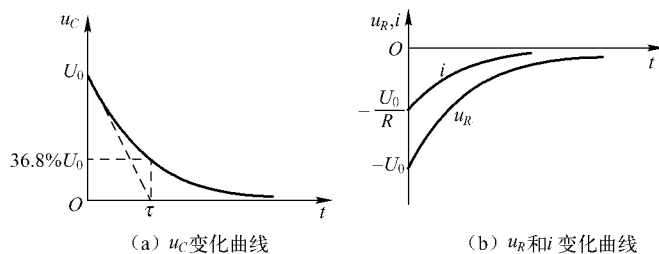


图 3-9 RC 电路的零输入响应

当  $t = \tau$  时

$$u_c = U_0 e^{-1} = 0.368 U_0 = 36.8\% U_0$$

即从  $t = 0$  经过一个时间  $\tau$  后  $u_c$  衰减到初始值  $U_0$  的 36.8%。 $\tau$  愈小， $u_c$  衰减愈快，即电容放电愈快。

$t > 0$  时电容元件的放电电流和电阻 R 上的电压分别为

$$i = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-12)$$



$$u_R = Ri = -U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-13)$$

上两式中的负号表示放电电流的实际方向与图 3-5 中所选定的参考方向相反。

$u_R$  和  $i$  随时间变化的曲线如图 3-9 (b) 所示。

**【例 3-3】** 在如图 3-10 (a) 所示的电路中, 设开关 S 断开前电路已达稳态, 在  $t=0$  时开关 S 断开。试求  $t \geq 0$  时的电压  $u_C$ 、 $u_R$  和电流  $i$ 。

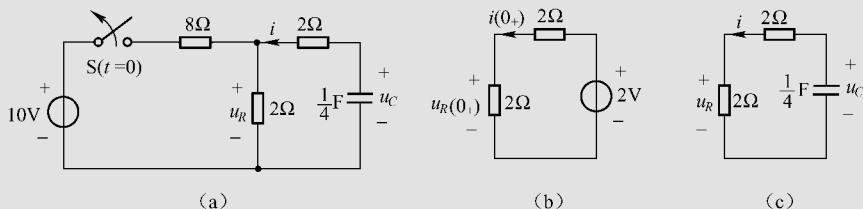


图 3-10 例 3-3 的电路

**解:** 由于  $t=0_-$  时电路处于稳态, 在直流电源作用下, 电容相当于开路, 所以

$$u_C(0_-) = u_R(0_-) = \frac{2}{8+2} \times 10 = 2\text{V}$$

由换路定律, 可得换路 (开关 S 断开) 后瞬间 ( $t=0_+$ ) 电容电压初始值为

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2\text{V}$$

图 3-10 (b) 所示是  $t=0_+$  的等效电路, 可得

$$i(0_+) = \frac{2}{2+2} = 0.5\text{A}$$

$$u_R(0_+) = 2i(0_+) = 2 \times 0.5 = 1\text{V}$$

图 3-10 (c) 所示是换路后的等效电路, 换路后电容 C 两端看进去的等效电阻

$$R_0 = 2 + 2 = 4\Omega$$

电路的时间常数为

$$\tau = R_0 C = 4 \times \frac{1}{4} = 1\text{s}$$

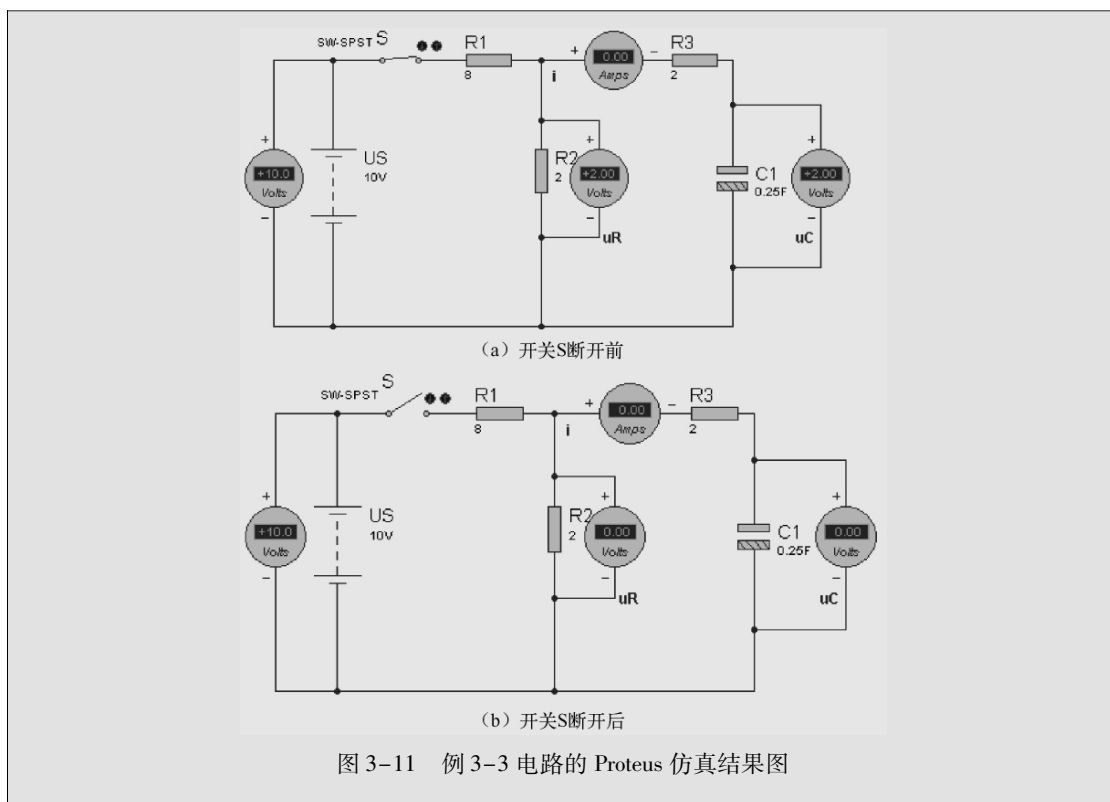
可得

$$u_C(t) = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = 2e^{-t}\text{V} \quad t \geq 0$$

$$u_R(t) = \frac{2}{2+2} u_C(t) = e^{-t}\text{V} = u_R(0_+) e^{-t} \quad t \geq 0$$

$$i(t) = \frac{1}{2+2} u_C(t) = 0.5e^{-t}\text{A} = i(0_+) e^{-t} \quad t \geq 0$$

图 3-11 所示是本例电路的 Proteus 仿真结果图。其中, 图 3-11 (a) 是开关 S 断开前的, 图 3-11 (b) 是开关 S 断开后的。由图可见, 开关 S 断开前电容两端的电压  $u_C$  和电阻两端的电压  $u_R$  均为 2.0V, 这和计算的换路前  $u_C(0_-)$  和  $u_R(0_-)$  是一致的。开关 S 断开后电容两端的电压  $u_C$ 、电阻两端的电压  $u_R$  和电流  $i$  均与前面理论计算的  $u_C(t)$ 、 $u_R(t)$  和  $i(t)$  的稳定值 ( $t = \infty$ ) 是相同的。



### 3. RC 电路的全响应

所谓 RC 电路的全响应 (complete response), 是指电源激励和电容元件的初始状态  $u_C(0_+)$  均不为零时的响应, 也就是零输入响应和零状态响应的叠加。

在如图 3-5 所示的电路中, 电源激励电压为  $U$ ,  $u_C(0_-) = U_0$ 。  $t \geq 0$  时电路的微分方程同式 (3-7), 即

$$U = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

根据其初始条件, 得出方程解为

$$u_C = U + (U_0 - U) e^{-\frac{1}{RC}t} \quad (3-14)$$

改写后为

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-15)$$

显然, 式 (3-15) 右边第一项即为式 (3-11), 是零输入响应; 第二项即为式 (3-8), 是零状态响应。所以

全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

这是叠加定理在电路暂态分析中的体现。零输入响应是由非零初始状态产生的, 零状态响应是由外加激励产生的。看式 (3-14), 它的右边也有两项:  $U$  为稳态分量;  $(U_0 - U) e^{-\frac{1}{RC}t}$  为暂态分量。于是, 全响应也可表示为

全响应 = 稳态分量 + 暂态分量

求出  $u_C$  后, 就可得出

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, u_R = Ri = U e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**【例 3-4】** 在如图 3-12 所示的电路中, 开关 S 长期合在位置 1 上, 在  $t=0$  时开关 S 合到位置 2 上。已知电压源  $U_1=3\text{V}$ ,  $U_2=5\text{V}$ , 电阻  $R_1=1\text{k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{k}\Omega$ ,  $C=3\mu\text{F}$ 。试求

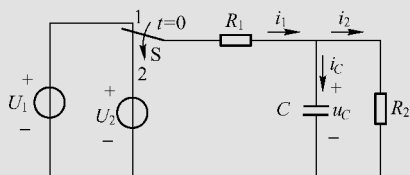


图 3-12 例 3-4 的电路

$t \geq 0$  时电容上的电压  $u_C$ 。

解: 开关 S 在位置 1, 即  $t=0_-$  时

$$u_C(0_-) = \frac{R_2 U_1}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 2 \times 10^3}{(1+2) \times 10^3} = 2\text{V}$$

在  $t \geq 0$ , 即开关 S 合到位置 2 上时, 根据基尔霍夫电流定律列出

$$i_1 - i_2 - i_C = 0$$

$$\frac{U_2 - u_C}{R_1} - \frac{u_C}{R_2} - C \frac{du_C}{dt} = 0$$

经整理后得

$$R_1 C \frac{du_C}{dt} + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_C = U_2$$

或

$$(3 \times 10^3) \frac{du_C}{dt} + \frac{3}{2} u_C = 5$$

解之得

$$u_C = \left(\frac{10}{3} + A e^{-\frac{1}{2 \times 10^{-3}} t}\right) \text{V}$$

当  $t=0_+$  时,  $u_C(0_+) = 2\text{V}$ , 则  $A = -\frac{4}{3}$ , 所以

$$u_C = \frac{10}{3} - \frac{4}{3} e^{-\frac{1}{2 \times 10^{-3}} t} = \left(\frac{10}{3} - \frac{4}{3} e^{-500t}\right) \text{V}$$

图 3-13 所示是本例电路开关 S 在位置 1, 即  $t=0_-$  时的 Proteus 仿真结果图。由图可见, 电容两端的电压  $u_C = 2.0\text{V}$ 。这和前面的理论计算值  $u_C(0_-)$  相同。图 3-14 所示是本例电路开关 S 在位置 2, 即  $t \geq 0$  时的 Proteus 仿真结果图。由图可见, 电容两端的电压  $u_C = 3.33\text{V}$ 。这和前面理论计算的  $u_C$  在  $t = \infty$  时的数值相同。

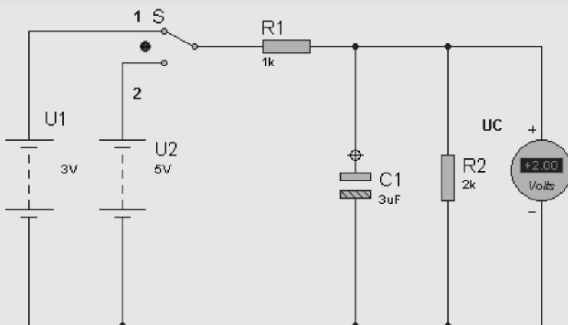
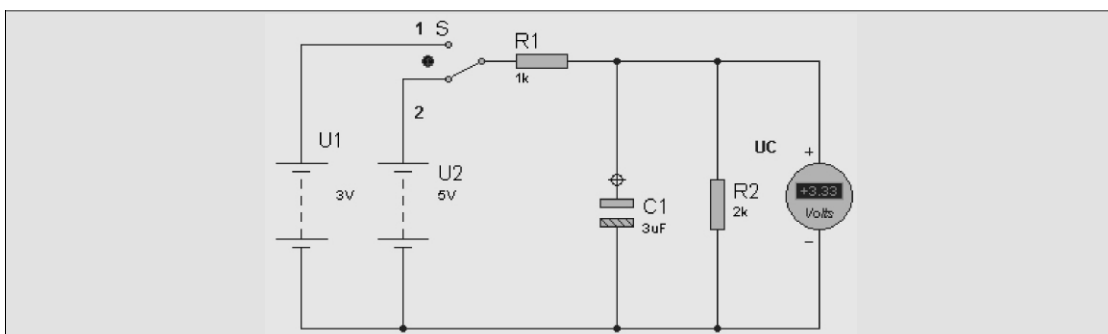


图 3-13 例 3-4 电路开关 S 在位置 1, 即  $t=0_-$  时的 Proteus 仿真结果图

图 3-14 例 3-4 电路开关 S 在位置 2, 即  $t \geq 0$  时的 Proteus 仿真结果图

### 3.4 RL 电路的响应

电感和电容一样, 都是储能元件。3.3 节讨论了 RC 电路的响应, 本节讨论 RL 电路的响应。仍然按照零状态响应、零输入响应和全响应这三个题目来讨论。

#### 1. RL 电路的零状态响应

图 3-15 所示是一 RL 串联电路。在  $t=0$  时将开关 S 合到位置 1 上, 电路即与一恒定电压为  $U$  的电压源接通, 其中电流为  $i$ 。

在换路前电感元件未储有能量,  $i(0_-) = i(0_+) = 0$ , 即电路处于零状态。

根据基尔霍夫电压定律, 列出  $t \geq 0$  时电路的微分方程

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (3-16)$$

方程通解为

$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-17)$$

也是由稳态分量和暂态分量相加而得。电路的时间常数  $\tau = \frac{L}{R}$ , 它也具有时间的量纲。电流随时间的变化曲线如图 3-16 (a) 所示。

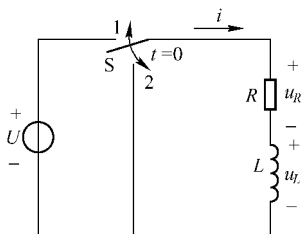


图 3-15 RL 串联电路

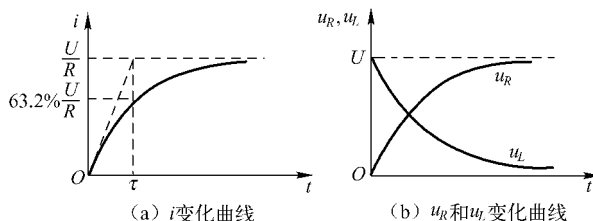


图 3-16 RL 电路的零状态响应

由式 (3-17) 可得出  $t \geq 0$  时电阻元件和电感元件上的电压

$$u_R = Ri = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-18)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = U e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-19)$$

它们随时间变化的曲线如图 3-16 (b) 所示。在稳态时, 电感元件相当于短路, 其上电压为零, 所以电阻元件上的电压就等于电源电压。

**【例 3-5】** 在如图 3-15 所示的 RL 串联电路中, 已知电压源  $U=100\text{V}$ , 电阻  $R=50\Omega$ ,  $L=10\text{H}$ 。开关 S 长期合在位置 2 上, 在  $t=0$  时开关 S 合到位置 1 上。试求: (1)  $t \geq 0$  时的  $i$ 、 $u_R$ 、 $u_L$ ; (2)  $t=0.5\text{s}$  时的电流  $i$ ; (3) 出现  $u_R=u_L$  的时间; (4) 电感储能。

解: (1)  $\tau = \frac{L}{R} = \frac{10}{50} = 0.2\text{s}$

由式 (3-17)、式 (3-18) 和式 (3-19) 可得

$$i = \frac{100}{50} (1 - e^{-\frac{t}{0.2}}) = 2(1 - e^{-5t}) \text{ A}$$

$$u_R = 100(1 - e^{-5t}) \text{ V}$$

$$u_L = 100e^{-5t} \text{ V}$$

(2)  $t=0.5\text{s}$  时

$$i = 2(1 - e^{-5 \times 0.5}) = 2(1 - e^{-2.5}) = 2 \times (1 - 0.082) = 1.84 \text{ A}$$

(3)  $u_R + u_L = U = 100\text{V}$ , 当  $u_R = u_L$  时,  $u_R = u_L = 50\text{V}$ , 于是

$$50 = 100e^{-5t} \Rightarrow e^{-5t} = 0.5 \Rightarrow 5t = 0.693 \Rightarrow t = 0.139\text{s}$$

(4) 电感储能:

$$\begin{aligned} W_L &= \int_0^{\infty} u_L i dt = \int_0^{\infty} 100e^{-5t} \times 2(1 - e^{-5t}) dt = \int_0^{\infty} 200(e^{-5t} - e^{-10t}) dt = 200 \left( \int_0^{\infty} e^{-5t} dt - \int_0^{\infty} e^{-10t} dt \right) \\ &= 200 \times \left( -\frac{1}{5} e^{-5t} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{10} e^{-10t} \Big|_0^{\infty} \right) = 200 \times \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right) = 20\text{J} \end{aligned}$$

现在用 Proteus 仿真软件检验一下本题的计算是否正确。如图 3-17 所示是本题电路 Proteus 仿真结果图。由图可见,  $i=2.0\text{A}$ ,  $u_R=99.8\text{V}$ ,  $u_L=0.0\text{V}$ 。这和前面  $t=\infty$  时  $i$ 、 $u_R$ 、 $u_L$  的理论计算值完全吻合, 表明本题计算正确。

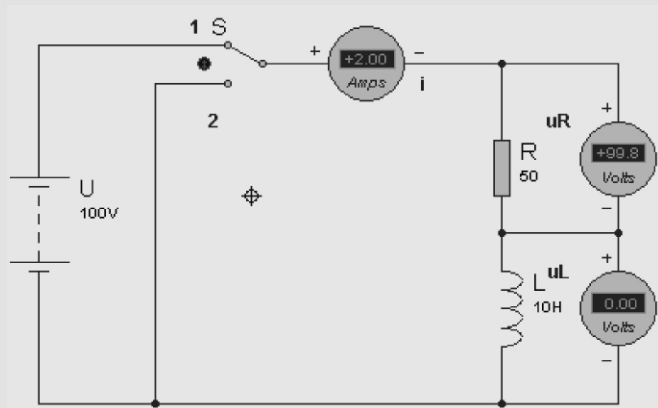


图 3-17 例 3-5 电路 Proteus 仿真结果图

## 2. RL 电路的零输入响应

如果在图 3-15 中, 电路接通电源后, 当其中电流达到  $I_0$  时, 即将开关 S 从位置 1 合到位置 2, 使电路脱离电源, 输入为零。电流初始值  $i(0_+) = I_0$ 。若换路前电路已处稳态, 则  $I_0 = \frac{U}{R}$ 。

$t \geq 0$  时, 电路的微分方程为

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (3-20)$$

方程通解为

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = i(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-21)$$

式中,  $\tau = \frac{L}{R}$ 。

电流  $i$  随时间的变化曲线如图 3-18 (a) 所示。

由式 (3-21) 可得出  $t \geq 0$  时电阻元件和电感元件上的电压, 它们分别为

$$u_R(t) = Ri = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = u_R(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-22)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = u_L(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-23)$$

它们随时间变化的曲线如图 3-18 (b) 所示。

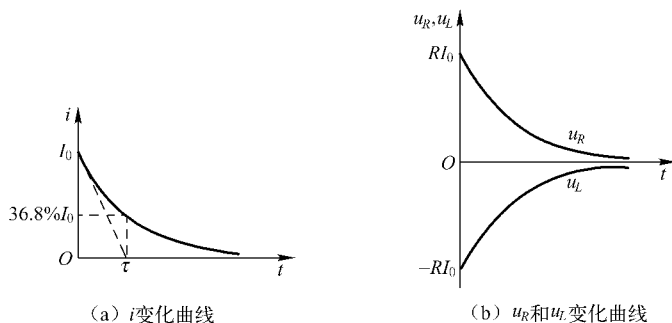


图 3-18 RL 电路的零输入响应

若用  $f(t)$  表示电路的零输入响应, 用  $f(0_+)$  表示其初始值, 则零输入响应可用以下通式表示:

$$f(t) = f(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0 \quad (3-24)$$

**【例 3-6】** 在如图 3-19 (a) 所示的电路中, 设开关 S 在  $t=0$  时断开, 断开前电路已处于稳态。已知  $U_S = 12\text{V}$ ,  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ ,  $L = 0.9\text{H}$ 。试求  $t \geq 0$  时的电压  $u_L$ 、 $u_R$  和电流  $i_L$ 。

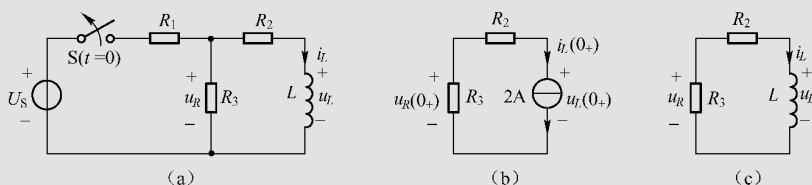


图 3-19 例 3-6 的电路

解: (1) 先求出换路前的电感电流  $i_L(0_-)$ 。由于换路前电路处于稳态, 电感相当于短路, 故有

$$i_L(0_-) = \frac{U_S}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12}{2 + \frac{3 \times 6}{3 + 6}} \times \frac{6}{3 + 6} = 2\text{A}$$

由换路定律可得换路后瞬间电感电流的初始值为

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

(2) 画出换路后  $t=0_+$  时的等效电路, 如图 3-19 (b) 所示, 利用 KVL、KCL 和欧姆定律, 可得

$$u_R(0_+) = -i_L(0_+) R_3 = -2 \times 6 = -12\text{V}$$

$$u_L(0_+) = -i_L(0_+) (R_3 + R_2) = -2 \times (6 + 3) = -18\text{V}$$

(3) 画出换路后  $t \geq 0$  时的等效电路, 如图 3-19 (c) 所示, 则电感 L 两端看进去的等效电阻

$$R_0 = R_2 + R_3 = 3 + 6 = 9\Omega$$

电路的时间常数为

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{0.9}{9} = 0.1\text{s}$$

(4) 将  $u_R(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$  和  $\tau$  代入式 (3-23) 中, 可得

$$u_L(t) = u_L(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = -18e^{-10t}\text{V} \quad t \geq 0$$

$$u_R(t) = u_R(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = -12e^{-10t}\text{V} \quad t \geq 0$$

$$i_L(t) = i_L(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = 2e^{-10t}\text{A} \quad t \geq 0$$

图 3-20 所示是本例电路的 Proteus 仿真结果图。其中, 图 3-20 (a) 是开关 S 断开前的, 图 3-20 (b) 是开关 S 断开后的。由图可见, 开关 S 断开前通过电感的电流  $i_L = 2.0\text{A}$ , 这和理论计算的换路前  $i_L(0_-)$  值是一致的; 开关 S 断开后电感两端的电压  $u_L = 0\text{V}$ 、电阻两端的电压  $u_R = 0\text{V}$ 、电流  $i_L = 0\text{A}$ , 均与前面理论计算的  $u_L(t)$ 、 $u_R(t)$  和  $i(t)$  的稳定值 ( $t = \infty$ ) 是相同的。

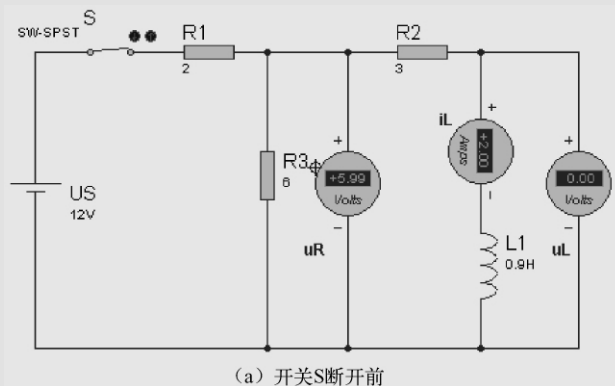
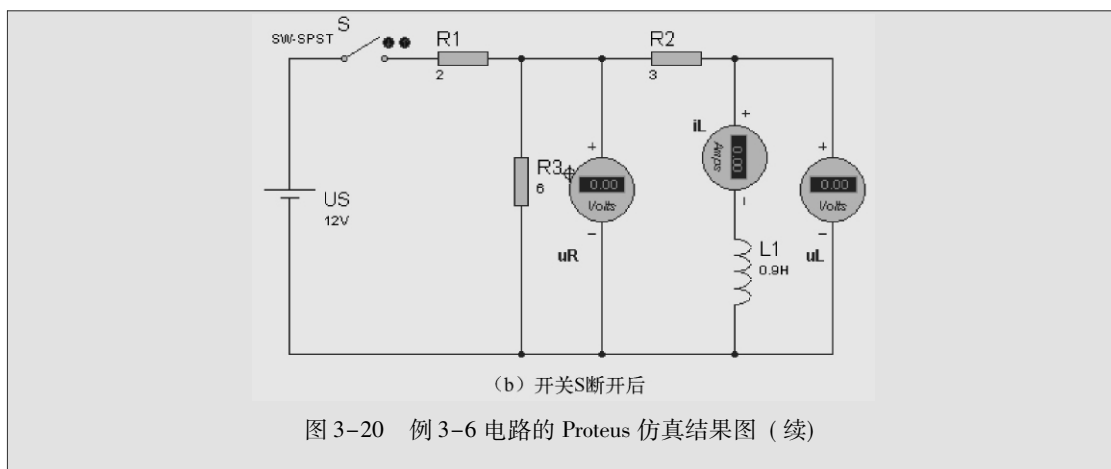


图 3-20 例 3-6 电路的 Proteus 仿真结果图



### 3. RL 电路的全响应

在图 3-21 所示的电路中, 电源电压为  $U$ ,  $i(0_-) = I_0$ 。当将开关闭合时, 是一 RL 串联电路。

$t \geq 0$  时电路的微分方程和式 (3-16) 相同, 方程通解为

$$i = \frac{U}{R} + \left( I_0 - \frac{U}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (3-25)$$

式中, 右边第一项为稳态分量; 第二项为暂态分量。两者相加即为全响应。

式 (3-25) 经改写后得出

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3-26)$$

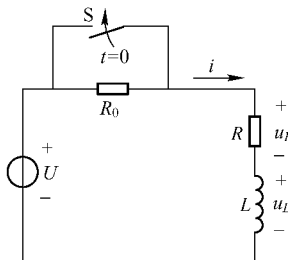


图 3-21 RL 电路的全响应

式中, 右边第一项为零输入响应; 第二项为零状态响应。两者相加即为全响应  $i$ 。



## 3.5 暂态分析的三要素法

只含有一个储能元件或可等效为一个储能元件的电路, 它的微分方程都是一阶常系数线性微分方程。这种电路称为一阶电路 (first order circuit) 或一阶线性电路。

上面介绍的 RL 电路和 RC 电路均为一阶线性电路。

对于一阶线性电路, 电路的响应由稳态分量和暂态分量两部分组成, 如写成一般式子, 则为

$$f(t) = f'(t) + f''(t) = f(\infty) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中,  $f(t)$  是电流或电压,  $f(\infty)$  是稳态分量 (稳态值),  $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$  是暂态分量。若初始值为  $f(0_+)$ , 则得  $A = f(0_+) - f(\infty)$ 。于是

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-27)$$

式中,  $\tau$  为电路时间常数。这就是分析一阶线性电路的暂态过程中任意变量的一般公式, 它反映了电路换路时, 各个元件上电压和电流的变化规律。



只要求得公式中  $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$  和  $\tau$  这三个“要素”，就能直接写出电路的响应（电流或电压）。所谓三要素法，就是指这种求出三要素直接写出电路响应的方法。电路响应的变化曲线如图 3-22 所示。

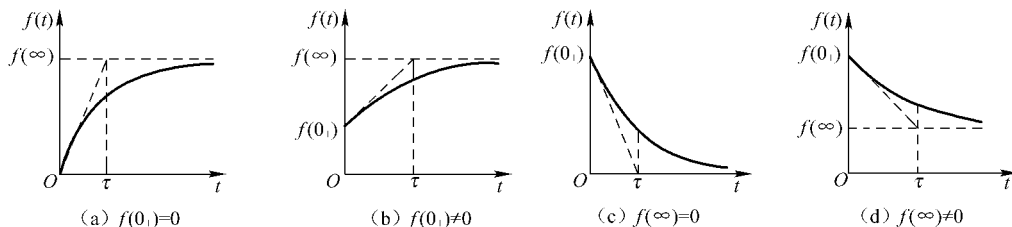


图 3-22  $f(t)$  的变化曲线

由于零输入响应和零状态响应只是全响应的特殊情况，故式 (3-27) 同样适用于求解一阶电路的零输入响应和零状态响应。

分析一阶电路的三要素法 (three elements method)，只要求计算出响应的初始值、稳态值和时间常数，即可直接写出一阶电路任一电压或电流的响应表达式，故求解一阶电路响应问题就转化成求解三要素的问题。其步骤如下：

**1) 确定初始值  $f(0_+)$**  根据换路定则可以求得换路后电容电压的初始值  $u_C(0_+)$ 、电感电流的初始值  $i_L(0_+)$  及电路中各个元件上电压和电流的初始值  $f(0_+)$ 。

**2) 确定稳态值  $f(\infty)$**  稳态值  $f(\infty)$ ，是指换路后  $t = \infty$  时储能元件的储能或释放能量的过程已经结束，电路中的各个量值已经达到稳定时的数值。求法是，先画出  $t = \infty$  时的等效电路，稳态时对于直流电源激励下的一阶电路，电容相当于开路，电感相当于短路，按照求解直流电路的方法解出响应的值，即为稳态值。

**3) 确定时间常数  $\tau$**  对 RC 电路， $\tau = R_0 C$ ；对 RL 电路， $\tau = \frac{L}{R_0}$ 。其中， $R_0$  是将电路中的所有独立源置零后，从电容或电感两端看进去的等效电阻（戴维南等效电阻）。

**4) 求任一量  $f(t)$**  如果求得了电路换路后的  $\tau$  值和各个量的  $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$  三要素，就可直接利用式 (3-27) 写出暂态过程任一量的变化规律和求出任一时刻的数值。

**【例 3-7】** 在如图 3-23 所示的电路中，如果在稳定状态下  $R_1$  被短路，试问短路后多长时间电流才能达到 15A？

**解：** 应用三要素法求  $i$ 。

(1) 确定  $i$  的初始值。

$$i(0_+) = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{8 + 12} = 11 \text{ A}$$

(2) 确定  $i$  的稳态值。

$$i(\infty) = \frac{U}{R_2} = \frac{220}{12} = 18.3 \text{ A}$$

(3) 确定电路的时间常数  $\tau$ 。

$$\tau = \frac{L}{R_2} = \frac{0.6}{12} = 0.05 \text{ s}$$

于是根据式 (3-27) 可写出

$$i = 18.3 + (11 - 18.3) e^{-\frac{1}{0.05}t} = (18.3 - 7.3e^{-20t}) \text{ A}$$

电流达到 15A 时

$$15 \text{ A} = (18.3 - 7.3e^{-20t}) \text{ A}$$

所经过的时间为

$$t = 0.039 \text{ s}$$

电流  $i$  的变化曲线如图 3-24 所示。

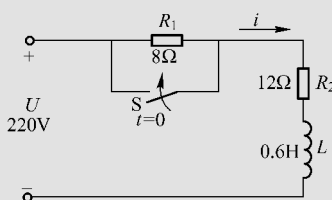


图 3-23 例 3-7 的电路

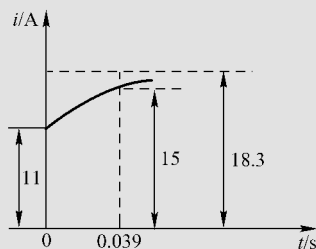


图 3-24 电流  $i$  的变化曲线

图 3-25 所示是本例电路的 Proteus 仿真结果图。其中, 图 3-25 (a) 是开关 S 断开时的, 图 3-25 (b) 是开关 S 合上时的。由图可见, 开关 S 断开时通过电路的电流  $i = 11.0 \text{ A}$ , 这和理论计算的电流初始值是一致的; 开关 S 合上后电路的电流  $i = 18.3 \text{ A}$ , 这 and 前面理论计算的  $i$  的稳定值 ( $t = \infty$ ) 也是一致的。

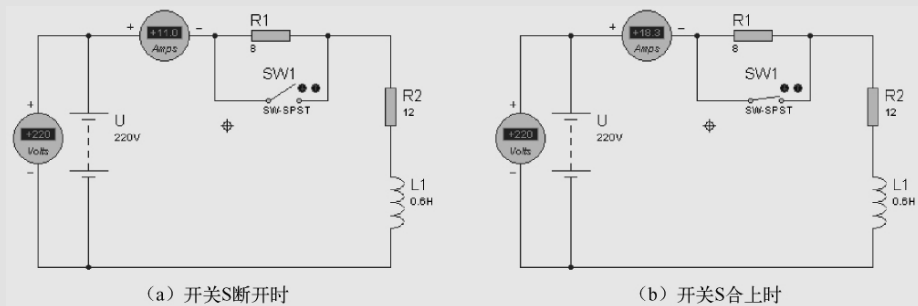


图 3-25 例 3-7 电路的 Proteus 仿真结果图

**【例 3-8】** 在如图 3-26 (a) 所示的电路中, 设开关 S 断开已久, 在  $t = 0$  时开关 S 闭合。试求  $t \geq 0$  时的  $i(t)$ 。

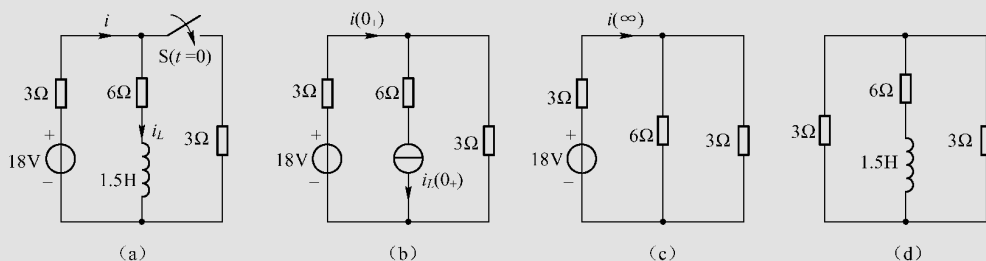


图 3-26 例 3-8 的电路

解: (1) 确定初始值: 开关 S 闭合前瞬间, 电感相当于短路, 电感电流为

$$i_L(0_-) = \frac{18}{3+6} = 2\text{A}$$

由换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

画出如图 3-26 (b) 所示的  $t=0_+$  时的等效电路, 利用叠加定理可求得

$$i(0_+) = \frac{18}{3+3} + \frac{3}{3+3}i_L(0_+) = 4\text{A}$$

(2) 确定稳态值: 当  $t=\infty$  时, 电感相当于短路, 画出  $t=\infty$  时如图 3-26 (c) 所示的等效电路, 可求得

$$i(\infty) = \frac{18}{3 + \frac{3 \times 6}{3+6}} = 3.6\text{A}$$

(3) 确定电路的时间常数: 将电路中电压源置零, 相当于短路, 如图 3-26 (d) 所示。从电感两端看进去的等效电阻为

$$R_0 = 6 + \frac{3 \times 3}{3+3} = 7.5\Omega$$

电路的时间常数为

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1.5}{7.5} = \frac{1}{5}\text{s}$$

将  $i(t)$  的初始值、稳态值和时间常数代入式 (3-27) 中, 得

$$i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 3.6 + (4 - 3.6)e^{-5t} = 3.6 + 0.4e^{-5t}\text{A}$$

图 3-27 所示是本例电路的 Proteus 仿真结果图。其中, 图 3-27 (a) 是开关 S 断开时的, 图 3-27 (b) 是开关 S 合上时的。由图可见, 开关 S 断开时通过电路的电流  $i = 2.0\text{A}$ , 这和理论计算的电流初始值是一致的; 开关 S 合上后电路的电流  $i = 3.60\text{A}$ , 这和前面理论计算的  $i$  的稳定值 ( $t=\infty$  时) 也是一致的。

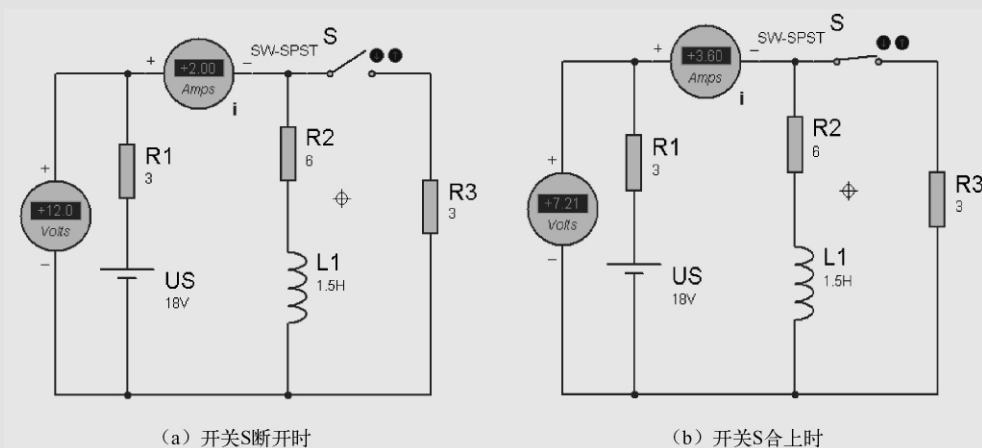


图 3-27 例 3-8 电路的 Proteus 仿真结果图



### 3.6 微分电路与积分电路

微分电路与积分电路是矩形脉冲激励下的 RC 电路。若选用不同的时间常数，则可构成输出电压波形与输入电压波形之间特定（微分或积分）的关系。

#### 1. 微分电路

微分电路（differentiating circuit）是输出信号与输入信号的微分成正比关系的电路。在如图 3-28 所示的电路中，当  $R$  和  $C$  参数选择得合适时就可以满足微分电路的条件。现在将如图 3-29（a）所示的矩形脉冲信号输入到图 3-28 所示的电路中，根据 KVL、KCL 和元件的 VAR 可列出方程

$$u_i = u_C + u_o, u_o = iR, i = C \frac{du_C}{dt}$$

经整理得

$$u_i = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$$

当  $R$  很小时，有  $RC = \tau \ll t_w$ ， $C$  的充放电速度很快， $u_o$  存在时间很短，所以  $u_i = u_C + u_o \approx u_C$ 。可得

$$u_o = RC \frac{du_C}{dt} \approx RC \frac{du_i}{dt} \quad (3-28)$$

式（3-28）表明，输出电压  $u_o$  近似与输入电压  $u_i$  对时间的微分成正比，因此称这种电路为微分电路。

微分电路具有两个条件：①  $\tau = RC \ll t_w$ ；② 电压从电阻两端输出。

RC 微分电路，在输入适当宽度的矩形脉冲时，可输出正负尖脉冲信号，如图 3-29（b）所示。在脉冲电路中，常应用微分电路将矩形脉冲变换为尖脉冲，作为触发信号。

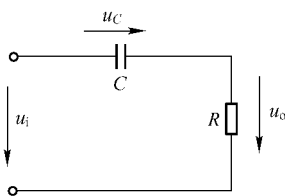


图 3-28 RC 微分电路

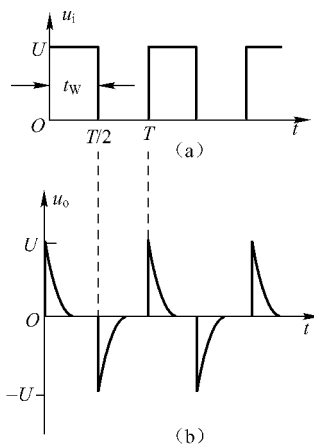


图 3-29 RC 微分电路的输入和输出波形

## 2. 积分电路

积分电路 (integrating circuit) 是输出信号与输入信号的积分成正比关系的电路。在如图 3-30 (a) 所示的电路中, 当  $R$  和  $C$  参数选择合适时就可以满足积分电路的条件。现在将如图 3-30 (b) 所示的矩形脉冲信号输入到图 3-30 (a) 所示的电路中, 根据 KVL、KCL 和元件的 VAR 可列出方程

$$u_i = u_C + u_R, u_R = iR, i = C \frac{du_C}{dt}, u_o = u_C$$

经整理得

$$u_i = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$$

当  $R$  很大时, 即  $RC = \tau \gg t_w$ , 可知  $u_C$  很小, 有

$$u_i \approx u_R = RC \frac{du_o}{dt}$$

可得

$$u_o \approx \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t u_i(\xi) d\xi \quad (3-29)$$

式 (3-29) 表明, 输出电压  $u_o$  近似与输入电压  $u_i$  对时间的积分成正比, 因此称这种电路为积分电路。

积分电路也具有两个条件: ①  $\tau = RC \gg t_w$ ; ② 电压从电容两端输出。RC 电路, 在输入适当宽度的矩形脉冲时, 可输出电压  $u_o$  的波形如图 3-30 (b) 所示。积分电路可将矩形波转换成锯齿波或三角波。

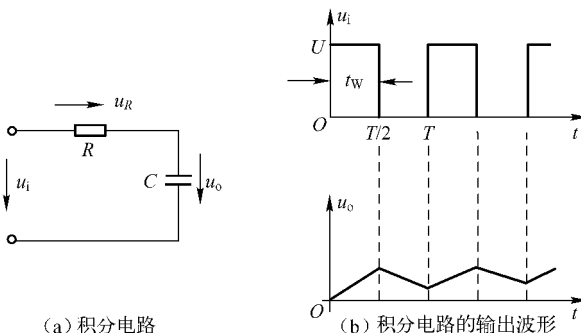


图 3-30 RC 积分电路及其输出波形

**【例 3-9】** 在如图 3-31 所示的电路中, 已知  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $C_2 = 0.1\mu\text{F}$ , 从  $u_i$  端输入频率为  $1\text{kHz}$ 、幅度为  $1\text{V}$  的方波信号, 从  $u_o$  端看输出信号。此时输出信号是微分信号吗? 若将电路中电容  $C_2$  的容量由  $0.1\mu\text{F}$  改为  $1\mu\text{F}$ , 则输出信号是微分信号吗?

**解:** (1) 看一下输入电路的信号是否满足 RC 微分电路的条件。微分电路需具备两个条件: ①  $\tau = RC \ll t_w$ ; ② 电压从电阻两端输出。RC 电路从电阻两端输出第二条满足; 现在看是否满足条件  $RC = \tau \ll t_w$  (其中,  $RC$  为时间常数, 用  $\tau$  表示;  $t_w$  是输入脉冲信号宽

度,  $t_w = \frac{T}{2}$ ,  $T$  为输入信号周期)。计算一下: 1kHz 的方波, 其脉宽  $t_w = 0.5\text{ms}$ , 而  $\tau = RC = 1000 \times 0.1 \times 10^{-6} = 0.1\text{ms}$ , 故  $RC = \tau \ll t_w$  关系成立。既然微分电路的两个条件都满足, 则输出信号应为微分信号。

假如电容  $C_2$  的容量由  $0.1\mu\text{F}$  改为  $1\mu\text{F}$ , 则  $\tau = RC = 1000 \times 1 \times 10^{-6} = 1\text{ms}$ , 故  $RC = \tau \ll t_w$  关系不再成立。既然电路的两个条件有一个不满足, 则不能输出微分信号。

(2) 用 Proteus 软件仿真 RC 电路: 图 3-32 所示是 RC 微分电路测试图, 图中  $R_3 = 1\text{k}\Omega$ ,  $C_1 = 0.1\mu\text{F}$ 。电路左侧为虚拟信号发生器, 右侧为虚拟示波器。虚拟信号发生器发出频率为 1kHz、幅度为 1V 的方波信号, 从  $u_i$  处输入信号; 虚拟示波器的 A 通道接虚拟信号发生器发出的信号, B 通道接输出信号  $u_o$ 。用 Proteus 交互仿真功能, 可以得出例 3-9 电路的 Proteus 仿真结果图 1, 如图 3-33 所示。图中示波器的 A 通道 (上面) 是频率为 1kHz、幅度为 1V 的方波信号, B 通道则呈现尖顶脉冲的微分信号。

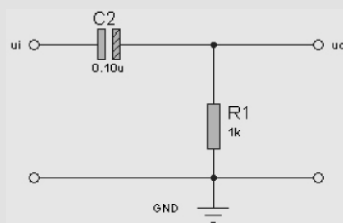


图 3-31 例 3-9 的电路

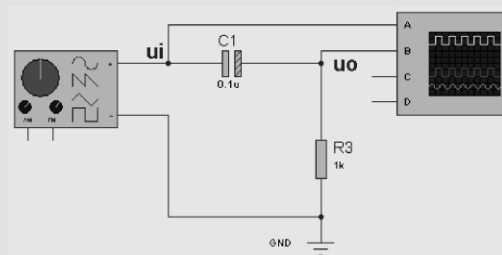


图 3-32 例 3-9 电路的 Proteus 仿真图

假如把  $C_1$  电容的容量由  $0.1\mu\text{F}$  改为  $1.0\mu\text{F}$ , 仍输入频率为 1kHz、幅度为 1V 的方波信号, 用 Proteus 交互仿真功能, 可以得出例 3-9 电路的 Proteus 仿真结果图 2, 如图 3-34 所示。图中示波器的 B 通道呈现的已不再是尖顶脉冲的微分信号了。

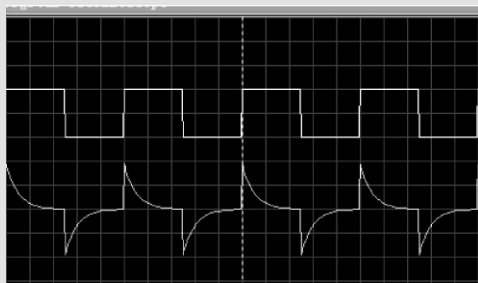


图 3-33 例 3-9 电路的 Proteus 仿真结果图 1

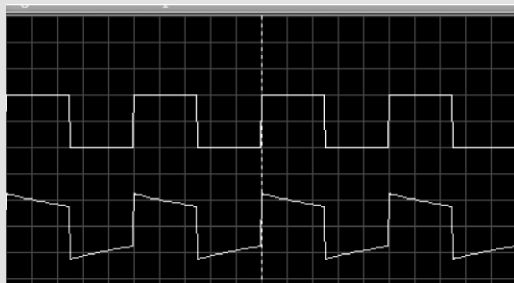


图 3-34 例 3-9 电路的 Proteus 仿真结果图 2

所以, 本题结论是: 如图 3-31 所示的 RC 电路中, 当  $C_2 = 0.1\mu\text{F}$  时, 输入频率为 1kHz 的方波信号, 输出信号是微分信号; 而当  $C_2 = 1\mu\text{F}$  时, 输入同样的信号输出就不是微分信号了。

**【例 3-10】** 在如图 3-35 所示的电路中, 已知  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $C_1 = 1\mu\text{F}$ , 从  $u_i$  端输入频率为  $1\text{kHz}$ 、幅度为  $1\text{V}$  的方波信号, 从  $u_o$  端看输出信号。此时输出信号是积分信号吗? 若将电路中电容  $C_1$  的容量由  $1\mu\text{F}$  改为  $0.1\mu\text{F}$ , 则输出信号仍是积分信号吗?

**解:** (1) 看一下输入电路的信号是否满足 RC 积分电路的条件。积分电路需具备两个条件: ①  $\tau = RC \gg t_w$ ; ② 电压从电容两端输出。上述 RC 电路从电容两端输出第二条满足; 现在看是否满足条件  $\tau = RC \gg t_w$ 。计算一下:  $1\text{kHz}$  的方波, 其脉宽  $t_w = 0.5\text{ms}$ , 而  $\tau = RC = 1000 \times 1 \times 10^{-6} = 1\text{ms}$ , 故  $\tau = RC \gg t_w$  关系成立。既然积分电路的两个条件都满足, 则输出信号应为积分信号。

假如电容  $C_1$  的容量由  $1\mu\text{F}$  改为  $0.1\mu\text{F}$ , 则  $\tau = RC = 1000 \times 0.1 \times 10^{-6} = 0.1\text{ms}$ , 故  $\tau = RC \gg t_w$  关系不再成立。既然积分电路的两个条件中有一个不满足, 则不能输出积分信号。

(2) 用 Proteus 软件仿真 RC 电路: 图 3-36 所示是 RC 积分电路测试图, 图中  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $C_1 = 1\mu\text{F}$ 。电路左侧为虚拟信号发生器, 右侧为虚拟示波器。虚拟信号发生器发出频率为  $1\text{kHz}$ 、幅度为  $1\text{V}$  的方波信号, 从  $u_i$  处输入信号; 虚拟示波器的 A 通道接虚拟信号发生器发出的信号, B 通道接输出信号  $u_o$ 。用 Proteus 交互仿真功能, 可以得出例 3-10 电路的 Proteus 仿真结果图 1, 如图 3-37 所示。图中示波器的 A 通道 (上面) 是频率为  $1\text{kHz}$ 、幅度为  $1\text{V}$  的方波信号, B 通道则呈现三角波状的积分信号。

假如把  $C_1$  电容的容量由  $1\mu\text{F}$  改为  $0.1\mu\text{F}$ , 仍输入频率为  $1\text{kHz}$ 、幅度为  $1\text{V}$  的方波信号, 用 Proteus 交互仿真功能, 可以得出例 3-10 电路的 Proteus 仿真结果图 2, 如图 3-38 所示。图中示波器的 B 通道呈现的已不再是三角波状或锯齿波状的积分信号了。

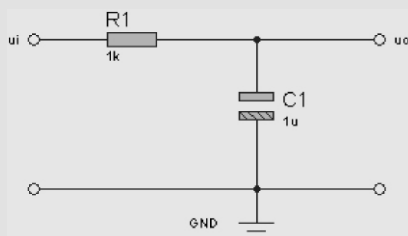


图 3-35 例 3-10 的电路

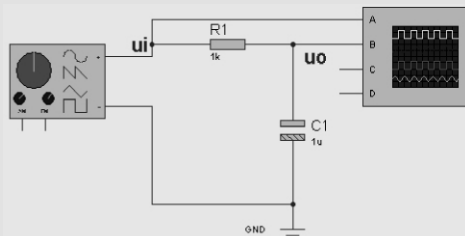


图 3-36 例 3-10 电路的 Proteus 仿真图

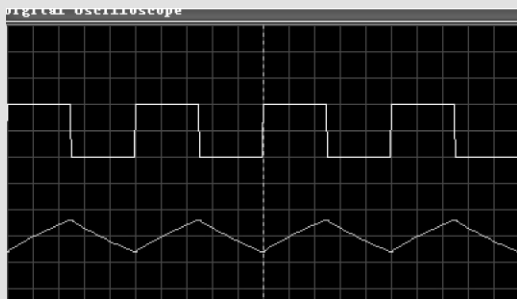


图 3-37 例 3-10 电路的 Proteus 仿真结果图 1

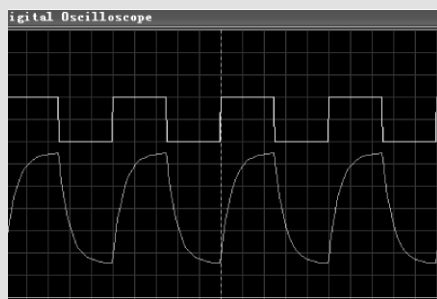


图 3-38 例 3-10 电路的 Proteus 仿真结果图 2

所以, 本题结论是: 如图 3-35 所示的 RC 电路中, 当  $C_1 = 1\mu\text{F}$  时, 输入频率为 1kHz 的方波信号, 输出信号是积分信号; 而当  $C_1 = 0.1\mu\text{F}$  时, 输入同样的信号输出就不是积分信号了。



### 3.7 小结

1. 只有当电路中含有储能元件, 即电感或电容时, 才会形成过渡过程或暂态过程。
2. 换路定律: 在电路发生变化的瞬间, 电容两端的电压不能跃变, 电感中流过的电流不能跃变。换路定律可表述为

$$\left. \begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) \end{aligned} \right\}$$

3. 只含有一个储能元件或可等效为一个储能元件的电路, 它的微分方程都是一阶常系数线性微分方程。这种电路称为一阶电路或一阶线性电路。RL 电路和 RC 电路均为一阶电路。

4. 一阶电路零输入响应是电路在无外加激励时, 仅有储能元件的初始储能所引起的响应; 零状态响应是电路在储能元件的初始储能为零时, 仅由外加激励所引起的响应; 全响应是电路在外加激励和储能元件的初始储能共同作用下引起的响应。任何线性一阶电路的全响应都可以分解为

$$\text{全响应} = \text{零输入响应} + \text{零状态响应}$$

或

$$\text{全响应} = \text{稳态分量} + \text{暂态分量}$$

5. 在一阶电路中, 电路的电流或电压都是由其初始值、稳态值和时间常数这三个参数确定的。若用  $f(t)$  表示一阶电路的响应 (电流或电压), 用  $f(0_+)$  表示初始值,  $f(\infty)$  表示稳态值,  $\tau$  表示电路时间常数, 则一阶电路的响应可表示为

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

这就是分析一阶线性电路的暂态过程中任意变量的一般公式, 只要求得公式中  $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$  和  $\tau$  这三个“要素”, 就能直接写出电路的响应 (电流或电压)。此法称为“三要素法”。

6. 微分电路是阻容串联在电阻两端取输出信号, 条件是  $\tau \ll t_w$ , 输入矩形脉冲输出为正负尖脉冲。

7. 积分电路是阻容串联在电容两端取输出信号, 条件是  $\tau \gg t_w$ , 输入矩形脉冲输出为锯齿波。

8. Proteus 仿真软件可用于线性电路暂态过程的分析, 对电路的电流或电压的初始值和稳态值都能准确测量出来, 对电路的指数式变化过程, 当时间常数不大时则反映不出来。



## 第4章 单相正弦交流电路

所谓正弦交流电路,是指含有正弦电源(激励)而且电路各部分所产生的电压和电流(响应)均按正弦规律变化的电路。交流发电机中所产生的电动势和正弦信号发生器所输出的信号电压,都是随时间按正弦规律变化的。它们是常用的正弦电源。

在生产和日常生活中所用的交流电,一般都是指正弦交流电,简称交流电。交流电又有单相和三相交流电之分。本章主要介绍单相交流电的相量表示法及电阻、电感、电容元件在交流电路中的电流、电压和功率的分析法。



### 4.1 交流电的三要素

交流电的三要素为幅值(amplitude)、频率(frequency)和初相(initial phase)。图4-1所示为正弦交流电波形图。

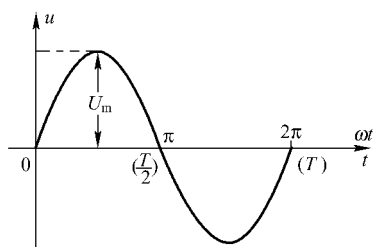


图4-1 正弦交流电波形图

#### 1. 幅值

交流电压的瞬时值表达式为

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (4-1)$$

式中,  $U_m$  为电压幅值, 又称电压最大值(maximum value);  $u$  为电压瞬时值。

交流电流的瞬时值表达式为

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (4-2)$$

式中,  $I_m$  为电流幅值, 又称电流最大值;  $i$  为电流瞬时值。

工程上用得较多的是有效值(effective value), 有效值用不加下标的大写字母  $U$  或  $I$  表示。电压有效值  $U$  与幅值(最大值)  $U_m$  的关系为

$$U_m = \sqrt{2} U \quad \text{或} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

电流有效值  $I$  与幅值(最大值)  $I_m$  的关系为

$$I_m = \sqrt{2} I \quad \text{或} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

也就是说, 不论电压还是电流, 其有效值都是其最大值除以  $\sqrt{2}$  (或乘以 0.707) 得到的。

#### 2. 频率

每秒内交流电变化的次数, 称为频率  $f$  (Hz)。交流电变化一次所需要的时间称为周期  $T$  (period, s)。频率与周期的关系为

$$f = \frac{1}{T} \quad (4-3)$$

$f=50\text{Hz}$ ，称为工频。 $\omega$  (rad/s) 称为角频率 (angular frequency)。

我国和大多数国家都采用 50Hz 作为电力标准频率，称为工频。有些国家 (日本、美国等) 采用 60Hz。

角频率  $\omega$  与工频  $f$  的关系为

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (4-4)$$

国际单位制 (SI) 中，周期的单位为秒 (s)；频率的单位为 1/s，又称为赫兹 (Hz)；角频率的单位为弧度/秒 (rad/s)。

### 3. 初相

在交流电的瞬时值表达式  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  和  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  中， $(\omega t + \psi_u)$  或  $(\omega t + \psi_i)$  称为相位或相位角 (phase angle)。它表示交流电在某一时刻所处的变化状态，决定该时刻瞬时值的大小、方向和变化趋势。

$\psi_u$  或  $\psi_i$  称为初相，它表示计时开始时交流电所处的变化状态。相位的单位是弧度或度，范围为  $(-\pi \sim \pi)$  或  $(-180^\circ \sim 180^\circ)$ 。幅值、频率和初相分别表示交流电变化的幅度、快慢和起始状态，称为交流电的三要素。

【说明】 $I_m$  或  $U_m$  反映了正弦量变化的幅度， $\omega$  反映了正弦量变化的快慢， $\psi_i$  或  $\psi_u$  反映了正弦量在  $t=0$  时的状态。要完整地确定一个正弦量，必须知道它的  $I_m$  (或  $U_m$ )、 $\omega$ 、 $\psi_i$  (或  $\psi_u$ )，这三个量称为正弦量的三要素。

若已知交流电的三要素，就可以确定交流电的电流或电压解析式。反过来，若已知交流电的电流或电压解析式，也可以确定三要素。

【例 4-1】在选定的参考方向下，已知两正弦量的解析式为  $u = 311 \sin\left(314t - \frac{4\pi}{3}\right)\text{V}$ ， $i = -10 \sin\left(100t + \frac{\pi}{6}\right)\text{mA}$ ，试求两正弦量的三要素。

解：(1)  $u = 311 \sin\left(314t - \frac{4\pi}{3}\right) = 311 \sin\left(314t - \frac{4\pi}{3} + 2\pi\right) = 311 \sin\left(314t + \frac{2\pi}{3}\right)\text{V}$ ，所以电压振幅值  $U_m = 311\text{V}$ ，角频率  $\omega = 314\text{rad/s}$ ，初相  $\psi_u = \frac{2\pi}{3}$ 。

(2)  $i = -10 \sin\left(100t + \frac{\pi}{6}\right) = 10 \sin\left(100t + \frac{\pi}{6} - \pi\right) = 10 \sin\left(100t - \frac{5\pi}{6}\right)\text{mA}$ ，所以电流振幅值  $I_m = 10\text{mA}$ ，角频率  $\omega = 100\text{rad/s}$ ，初相  $\psi_i = -\frac{5\pi}{6}$ 。

【例 4-2】一正弦交流电，最大值为 311V，频率为 50Hz，初相角为  $30^\circ$ 。求：(1) 其电压解析式；(2) 当时间  $t = 0.01\text{s}$  时，电压的瞬时值。

解: (1) 设正弦电压的解析式为  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , 根据已知条件,  $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rad/s}$ ,  $\psi_u = 30^\circ$  和  $U_m = 311 \text{ V}$ 。故电压解析式为  $u = 311 \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$ 。

(2) 当时间  $t = 0.01 \text{ s}$  时, 电压的瞬时值为

$$\begin{aligned} u &= 311 \sin(314 \times 0.01 + 30^\circ) = 311 \sin(3.14 + 30^\circ) = 311 \sin\left(3.14 \times \frac{180^\circ}{\pi} + 30^\circ\right) \\ &= 311 \sin(180^\circ + 30^\circ) = 311(-\sin 30^\circ) = -155.5 \text{ V} \end{aligned}$$

#### 4. 本书在符号使用上的约定

本书在符号使用上遵循以下约定:

【瞬时值】用小写字母表示, 如电压和电流的瞬时值分别用  $u$ 、 $i$  表示。

【有效值】用大写字母表示, 如电压和电流的有效值分别用  $U$ 、 $I$  表示。

【最大值】用大写字母加下标小写字母  $m$  表示, 如电压和电流的最大值分别用  $U_m$ 、 $I_m$  表示。

【相量】在大写字母上面加小圆点表示, 如电压和电流的相量分别用  $\dot{U}$ 、 $\dot{I}$  表示。



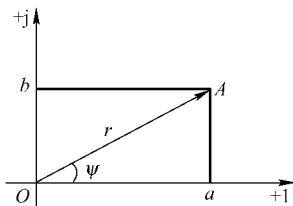
## 4.2 交流电的相量表示法

交流电的相量表示法是为了便于分析和计算。用复数的运算方法进行交流电的分析和计算, 称为交流电的相量表示法。

### 1. 复数

在数学中, 用  $A = a + bi$  表示复数, 其中  $a$  为实部,  $b$  为虚部,  $i = \sqrt{-1}$  称为虚数单位。在电气工程中, 虚数单位常用  $j$  代替  $i$ , 故复数常用  $A = a + jb$  表示。如同任一实数都和数轴上的点一一对应一样, 任一复数都和复平面上的点一一对应。复数  $A$  对应复平面图上的  $A$  点。

图 4-2 所示为复数在复平面内的表示图,  $A$  为复数, 横轴为实轴, 单位为  $+1$ ,  $a$  是  $A$  的实部,  $A$  与实轴的夹角  $\psi$  称为辐角, 纵轴为虚轴, 单位为  $+j$ 。 $b$  是  $A$  的虚部,  $r$  为  $A$  的模。这些量之间的关系为



$$\begin{aligned} a &= r \cos \psi \\ b &= r \sin \psi \\ r &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ \psi &= \arctan \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (4-5)$$

图 4-2 复数在复平面内的表示

### 2. 复数的四种表示形式

☺ 代数形式:  $A = a + jb$

☺ 三角形式:  $A = r \cos \psi + j r \sin \psi$

☺ 指数形式:  $A = re^{j\psi}$

☺ 极坐标形式:  $A = r \angle \psi$

这四种形式可以相互转换,以后用得较多的是代数形式和极坐标形式间的相互转换。

因为  $j = \sqrt{-1}$ , 故有

$$\begin{aligned}\frac{1}{j} &= -j \\ j^2 &= -1 \\ j^3 &= j \cdot j^2 = -j \\ j^4 &= j^2 \cdot j^2 = 1 \\ j^5 &= j \cdot j^4 = j \\ &\dots\dots \\ j^{n+4} &= j^4\end{aligned}$$

**【例4-3】** 写出复数代数式  $A_1 = 8 + j6$ ,  $A_2 = 8 - j6$ ,  $A_3 = -8 + j6$ ,  $A_4 = -8 - j6$  的极坐标形式。

**解:**  $A_1$  的模  $r = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ ,  $\psi = \arctan \frac{6}{8} = 36.9^\circ$  (在第1象限), 所以  $A_1$  的极坐标形式为  $A_1 = 10 \angle 36.9^\circ$ 。

$A_2$  的模  $r = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10$ ,  $\psi = \arctan \frac{-6}{8} = -36.9^\circ$  (在第4象限), 所以  $A_2$  的极坐标形式为  $A_2 = 10 \angle -36.9^\circ$ 。

$A_3$  的模  $r = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10$ ,  $\psi = \arctan \frac{6}{-8} = 143.2^\circ$  (在第2象限), 所以  $A_3$  的极坐标形式为  $A_3 = 10 \angle 143.2^\circ$ 。

$A_4$  的模  $r = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10$ ,  $\psi = \arctan \frac{-6}{-8} = -143.2^\circ$  (在第3象限), 所以  $A_4$  的极坐标形式为  $A_4 = 10 \angle -143.2^\circ$ 。

**【例4-4】** 写出复数极坐标形式  $A_1 = 56 \angle 63^\circ$ ,  $A_2 = 56 \angle 116.6^\circ$ ,  $A_3 = 56 \angle -116.6^\circ$ ,  $A_4 = 56 \angle -63^\circ$  对应的代数形式。

**解:**  $A_1$  的代数式实部  $a = r \cos \psi = 56 \cos 63^\circ = 25$ ,  $A_1$  的代数式虚部  $b = r \sin \psi = 56 \sin 63^\circ = 50$ , 所以  $A_1 = 25 + j50$ 。

$A_2$  的代数式实部  $a = r \cos \psi = 56 \cos 116.6^\circ = -25$ ,  $A_2$  的代数式虚部  $b = r \sin \psi = 56 \sin 116.6^\circ = 50$ , 所以  $A_2 = -25 + j50$ 。

$A_3$  的代数式实部  $a = r \cos \psi = 56 \cos (-116.6^\circ) = -25$ ,  $A_3$  的代数式虚部  $b = r \sin \psi = 56 \sin (-116.6^\circ) = -50$ , 所以  $A_3 = -25 - j50$ 。

$A_4$  的代数式实部  $a = r \cos \psi = 56 \cos (-63^\circ) = 25$ ,  $A_4$  的代数式虚部  $b = r \sin \psi = 56 \sin (-63^\circ) = -50$ , 所以  $A_4 = 25 - j50$ 。

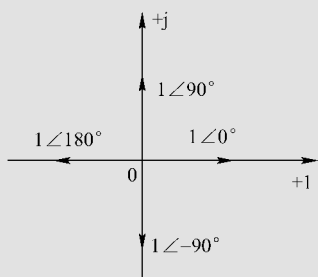


图 4-3 复平面内的矢量图

**【例 4-5】** 写出复数代数形式  $1$ 、 $-1$ 、 $j$ 、 $-j$  对应的极坐标形式并在复平面内画出矢量图。

**解：** 复数  $1$  的实部为  $1$ ，虚部为  $0$ ，其极坐标形式为  $1 = 1 \angle 0^\circ$ ；复数  $-1$  的实部为  $-1$ ，虚部为  $0$ ，其极坐标形式为  $-1 = 1 \angle 180^\circ$ ；复数  $j$  的实部为  $0$ ，虚部为  $j$ ，其极坐标形式为  $j = 1 \angle 90^\circ$ ；复数  $-j$  的实部为  $0$ ，虚部为  $-j$ ，其极坐标形式为  $-j = 1 \angle -90^\circ$ 。矢量图如图 4-3 所示。

复数代数形式和极坐标形式间的相互转换在交流电路分析中用得很多，手工计算时因涉及求反正切和正弦、余弦三角函数值，比较麻烦。这里提供两种复数代数形式和极坐标形式间的相互转换程序计算的方法，一种是用 MATLAB（矩阵实验室）软件编的，一种是用 C 语言程序编的。程序详细用法见本书的附录 B 和附录 C。

### 3. 复数的四则运算

**1) 复数的加减运算** 复数的加（减）法法则：两者和（差）的实部是原来两个复数实部的和（差），它的虚部是原来两个虚部的和（差）。两个复数的和（差）依然是复数。

设

$$A_1 = a_1 + jb_1 = r_1 \angle \theta_1, A_2 = a_2 + jb_2 = r_2 \angle \theta_2$$

则

$$A_1 \pm A_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \quad (4-6)$$

#### 2) 复数的乘法运算

**【两个代数式复数的乘法法则】** 把两个复数相乘，类似两个多项式相乘，结果中  $j^2 = -1$ ，将实部与虚部分别合并。两个复数的积仍然是一个复数。即

$$A_1 \times A_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j(b_1 a_2 + a_1 b_2) \quad (4-7)$$

**【两个极坐标式复数的乘法法则】** 把两个复数的模相乘、辐角相加，即为两者积的模和辐角。即

$$A_1 \times A_2 = r_1 \times r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2) \quad (4-8)$$

#### 3) 复数的除法运算

**【两个代数式复数的除法法则】** 将分子和分母同时乘以分母的共轭复数，再用乘法法则运算。共轭复数是指两个实部相同、虚部的符号相反的复数。如复数  $A_1 = a + jb$  的共轭复数为  $A_2 = a - jb$ ，反之亦然。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + j(b_1 a_2 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2} \quad (4-9)$$

**【两个极坐标式复数的除法法则】** 把两个复数的模相除、辐角相减，即为两者商的模和辐角。即

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2) \quad (4-10)$$

由此可见,复数的四则运算,对加减法来说用代数形式较方便,对乘除法来说用极坐标形式较方便。

**【例4-6】**已知复数  $A_1 = 3 + j4$ ,  $A_2 = 4 - j3$ , 求  $A_1 + A_2$ 、 $A_1 - A_2$ 、 $A_1 \times A_2$ 、 $\frac{A_1}{A_2}$ 、 $jA_1$ 。

$$\text{解: } A_1 + A_2 = (3 + j4) + (4 - j3) = 7 + j$$

$$A_1 - A_2 = (3 + j4) - (4 - j3) = -1 + j7$$

$$A_1 \times A_2 = (3 + j4) \times (4 - j3) = 12 + 12 + j16 - 9j = 24 + j7 = 25 \angle 16.2^\circ \text{ (用代数形式)}$$

$$A_1 \times A_2 = (3 + j4) \times (4 - j3) = 5 \angle 53.1^\circ \times 5 \angle -36.9^\circ = 25 \angle 16.2^\circ \text{ (用极坐标形式)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{3 + j4}{4 - j3} = \frac{(3 + j4)(4 + j3)}{(4 - j3)(4 + j3)} = \frac{12 - 12 + j16 + j9}{16 + 9} = j = 1 \angle 90^\circ \text{ (用代数形式)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{3 + j4}{4 - j3} = \frac{5 \angle 53.1^\circ}{5 \angle -36.9^\circ} = 1 \angle 90^\circ \text{ (用极坐标形式)}$$

$$jA_1 = 1 \angle 90^\circ \times 5 \angle 53.1^\circ = 5 \angle 143.1^\circ$$

若复数  $A = r \angle \psi$  乘以  $j$ , 则为  $jA = r \angle (\psi + 90^\circ)$ 。这表明,任意一个复数乘以  $j$ , 其模值不变,辐角增加  $90^\circ$ , 相当于在复平面上把复数矢量逆时针旋转  $90^\circ$ , 如图4-4所示。因此,  $j$  称为旋转  $90^\circ$  的因子。

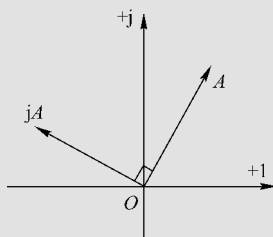


图4-4 复数乘以  $j$  的几何意义

从这几个四则运算的例子中也可以体会到,复数加减法运算用代数形式较方便,乘除法运算用极坐标形式较方便。

#### 4. 正弦量的相量表示

前面已介绍,交流电的电压和电流的瞬时值表达式分别为

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

式中,  $U_m$  和  $I_m$  分别为电压、电流最大值,  $\psi_u$  和  $\psi_i$  分别为电压、电流的初相角。这就是说,这些以正弦量表达的电压或电流,可变的量有两个,一个是最大值,一个是初相角。而复数的指数形式或极坐标形式也包含两个量:模和辐角。人们根据这种对应性,用复数来表示正弦量的特征。这种能够表示正弦量的特征的复数称为相量。规定相量用上面带小圆点的大写字母来表示,如  $\dot{I}$  表示电流相量,  $\dot{U}$  表示电压相量。所加的小圆点表示它是对应某一正弦的时间函数,以与一般的复数相区别。这就是正弦量的相量表示法。

正弦电流  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  的相量表示为  $\dot{I}_m = I_m \angle \psi_i$ ; 同理,正弦电压  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  的相量表示为  $\dot{U}_m = U_m \angle \psi_u$ 。

由于电路分析中有效值比最大值更为常用,因而使用更多的是有效值相量。即电流相量  $\dot{I} = I \angle \psi_i$ ; 电压相量  $\dot{U} = U \angle \psi_u$ 。

若未特别说明,正弦量的相量就是指有效值相量。

**【例 4-7】** 已知正弦电压  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 311 \sin(\omega t - 30^\circ)$ ，正弦电流  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 28.28 \sin(\omega t + 135^\circ)$ ，试写出正弦量  $u$  和  $i$  的有效值表达式、相量表达式。

解：因为  $\frac{311}{\sqrt{2}} \approx 220$ ， $\frac{28.28}{\sqrt{2}} \approx 20$ ，故有效值表达式为

$$u = U \sin(\omega t + \psi_u) = 220 \sin(\omega t - 30^\circ), i = I \sin(\omega t + \psi_i) = 20 \sin(\omega t + 135^\circ)$$

对应相量表达式为

$$\dot{U} = U \angle \psi_u = 220 \angle -30^\circ, \dot{I} = I \angle \psi_i = 20 \angle 135^\circ$$

相量只是正弦交流电的一种表示方法和运算的工具，只有同频率的正弦交流电才能进行相量运算，所以相量运算只含有交流电的有效值（或幅值）和初相两个要素。

### 5. 正弦量的相量图

相量只能表示正弦量三要素中的两个，角频率需另加说明。只有同频率的正弦量其相量才能画在同一复平面上，画在同一复平面上表示相量的图称为相量图。

画几个同频率正弦量的相量图时，可选择某一相量为参考相量先画出，再根据其他正弦量与参考正弦量的相位差画出其他相量。

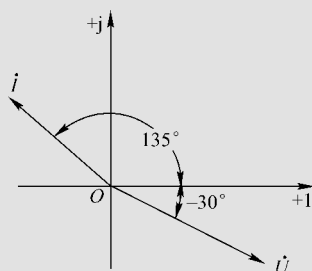


图 4-5 正弦量的相量图

**【例 4-8】** 正弦电压  $u = 141 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ V}$ ，正弦电流  $i = 14.14 \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ A}$ ，写出  $u$  和  $i$  的相量，画出相量图，并比较两正弦量的超前、滞后关系。

解：电压相量  $\dot{U} = (100 \angle -30^\circ) \text{ V}$ ；电流相量  $\dot{I} = (10 \angle 135^\circ) \text{ A}$ 。它们的相量图如图 4-5 所示。由图可见， $\dot{I}$  超前  $\dot{U}$   $165^\circ$ 。

### 6. 相量形式的电路基本定律

欧姆定律和基尔霍夫定律是两个电路基本定律，它们是分析各种电路的理论依据。现在看相量形式的欧姆定律和基尔霍夫定律。

**1) 相量形式的欧姆定律** 在直流电路中，欧姆定律的表达式是

$$I = \frac{U}{R}$$

在只含电阻的交流电路中，欧姆定律的表达式是

$$i = \frac{u}{R}$$

在一般的交流电路中，欧姆定律的表达式是

$$i = \frac{u}{Z}$$

式中， $Z$  为电路阻抗。把这两种形式化为相量形式是

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}, \dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (4-11)$$

## 2) 相量形式的基尔霍夫定律

【基尔霍夫电流定律】任一瞬间，对正弦交流电路中任一节点而言，流入和流出该节点各个支路电流的瞬时值的代数和为零，即

$$\sum i = 0$$

可以推出：任一瞬间，对正弦交流电路中任一节点而言，流入和流出该节点各个支路电流相量的代数和为零，即

$$\sum \dot{I} = 0 \quad (4-12)$$

式(4-12)就是基尔霍夫电流定律的相量形式。

【基尔霍夫电压定律】任一瞬间，对正弦交流电路中任一回路而言，沿该回路绕行一周，各段电压相量的代数和为零，即

$$\sum \dot{U} = 0 \quad (4-13)$$

式(4-13)就是基尔霍夫电压定律的相量形式。

式(4-12)和式(4-13)中的各项均是电流或电压的相量，它们的有效值一般是不满足 KCL 和 KVL 定律的。



## 4.3 电阻元件上电压和电流的相量关系

电阻元件、电感元件和电容元件是正弦电路的基本元件，通常的正弦交流电路都是由这三个元件组合起来的。本节先讨论电阻元件在正弦电路中所遵循的基本规律。

### 1. 电阻元件上电压与电流的关系

如图 4-6 (a) 所示，当线性电阻  $R$  两端加上正弦电压  $u$  时，电阻中便有正弦电流  $i$  通过。电压和电流的瞬时值在任何瞬间均服从欧姆定律。

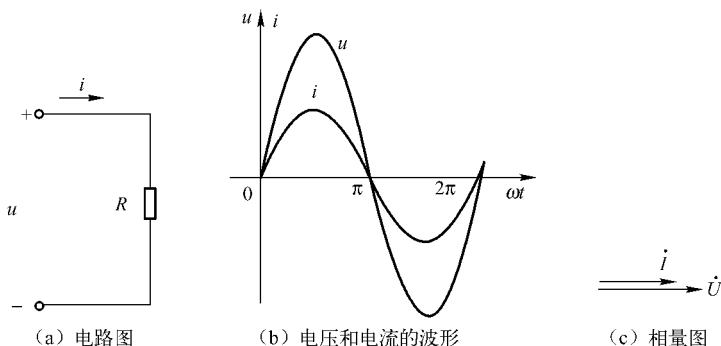


图 4-6 电阻  $R$  上电压和电流关系图

设电压为  $u = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t$ ，根据欧姆定律，电路中流过的电流为



$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = \sqrt{2} \frac{U}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

上式表明: 电阻  $R$  两端的电压  $u$  和电流  $i$  为同频率同相位的正弦量。电流与电压最大值关系和有效值关系分别为

$$I_m = \frac{U_m}{R}, I = \frac{U}{R} \quad (4-14)$$

## 2. 相量形式的伏安特性

流过电阻元件的电流为

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi)$$

对应的相量为

$$\dot{I} = I \angle \psi$$

电阻元件两端的电压为

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi)$$

对应的相量为

$$\dot{U} = U \angle \psi = RI \angle \psi$$

故有

$$\dot{U} = R \dot{I} \quad (4-15)$$

式 (4-15) 就是电阻元件的欧姆定律的相量形式, 也就是相量形式的伏安特性。

## 3. 电阻 $R$ 上所耗功率

交流电通过电阻时, 电阻所吸收的功率是随时间变化的。电阻在任一瞬间所吸收的功率称为瞬时功率, 电阻元件吸收的瞬时功率  $p = ui$ , 取  $\psi = 0$ , 则

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} U_m I_m (1 - \cos 2\omega t) = UI (1 - \cos 2\omega t)$$

工程上所说的功率指平均功率, 它是瞬时功率在一个周期内的平均值, 用大写字母  $P$  表示。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI (1 - \cos 2\omega t) dt = UI$$

故平均功率为

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (4-16)$$

$P$  为正值,  $R$  吸收功率为耗能元件, 平均功率  $P$  又称为有功功率 (active power)。式 (4-16) 和直流电路的功率计算公式完全相同, 但这里  $U$  和  $I$  是电压、电流的有效值。

**【例 4-9】** 把一个  $100\Omega$  的电阻元件接到频率为  $50\text{Hz}$ 、电压有效值为  $10\text{V}$  的正弦电源上, 问通过电阻的电流是多少? 若保持电压值不变, 而电源频率改变为  $5000\text{Hz}$ , 这时电流将是多少? 试用 Proteus 仿真它。

解：因为电阻与频率无关，所以电压有效值保持不变时电流有效值相等，即

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10}{100} = 0.1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$$

如图4-7所示是本题仿真电路图，当输入电压有效值为10V、频率为50Hz的交流信号并运行时，将出现如图4-8所示的电路仿真结果图1。由图可见电流  $I = 99.9 \text{ mA}$  及频率为50Hz的正弦波形图。输入电压有效值维持10V不变，而将频率由50Hz改为5000Hz并运行时，将出现如图4-9所示的电路仿真结果图2。由图可见电流  $I = 100.0 \text{ mA}$  及频率为5000Hz的正弦波形图。这和前面的理论计算值  $I = 100 \text{ mA}$  是一致的。

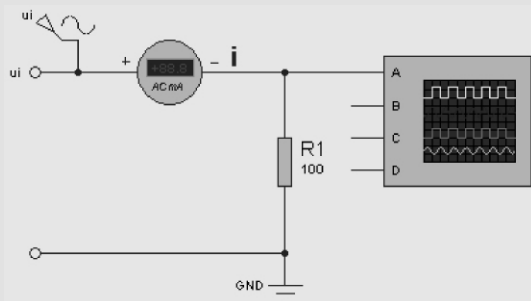


图4-7 电阻R通过交流电压信号仿真图

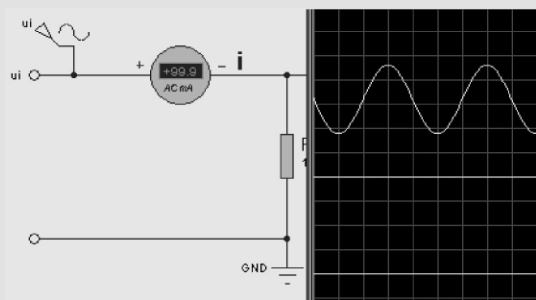


图4-8 电路仿真结果图1

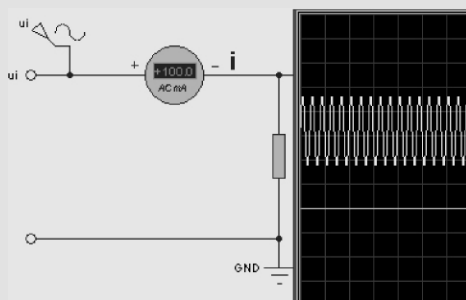


图4-9 电路仿真结果图2



## 4.4 电感元件上电压和电流的相量关系

### 1. 电感L上电压与电流的关系

如图4-10 (a) 所示，当电感L两端加上正弦电压  $u$  时，电感中便有正弦电流  $i$  通过。根据电感元件上电压和电流的微分关系式  $u = L \frac{di}{dt}$ ，设电流为  $i = I_m \sin \omega t$ ，则电感元件端电压为

$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

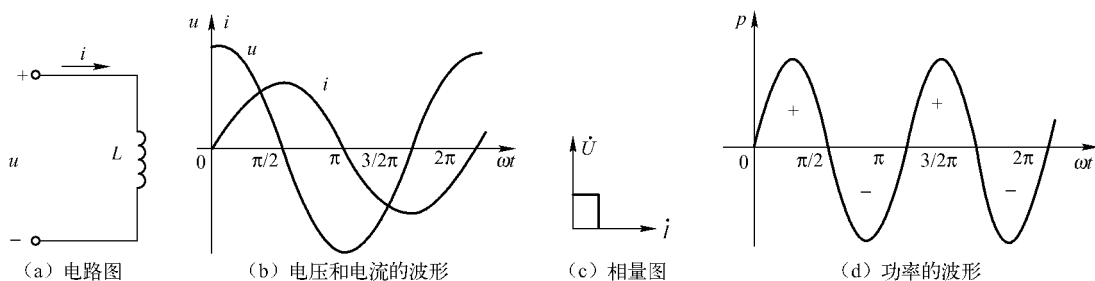


图 4-10 电感 L 上电压和电流关系图

上式表明:

- ☺ 电感元件两端电压  $u$  和电流  $i$  是同频率的正弦量。
- ☺ 电流和电压最大值的关系为  $U_m = \omega L I_m = X_L I_m$ , 有效值的关系为  $U = X_L I = \omega L I$ , 式中  $X_L = \omega L = 2\pi f L$ ,  $X_L (\Omega)$  称为感抗 (inductive reactance),  $f$  愈高  $X_L$  愈大。
- ☺ 电感电路电压  $u$  超前电流  $i$   $90^\circ$ , 如图 4-10 (b), (c) 所示。

## 2. 相量形式的伏安特性

流过电感元件的电流为  $i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi_i)$ , 对应的相量为  $\dot{I} = I \angle \psi_i$ ; 电感元件两端的电压为

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$$

对应的相量为

$$\dot{U} = U \angle \psi_u = \omega L I \angle (\psi_i + 90^\circ) = j\omega L I \angle \psi_i$$

故有

$$\dot{U} = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I} \quad (4-17)$$

式 (4-17) 是电感元件欧姆定律的相量形式, 也就是相量形式的伏安特性。

## 3. 电感 L 上的功率

1) 瞬时功率 若电流为  $i = I_m \sin \omega t$ , 则电感元件端电压为

$$u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

电感元件上吸收的瞬时功率为

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \sin \omega t = U_m I_m \cos \omega t \sin \omega t = UI \sin 2\omega t$$

上式说明电感元件的瞬时功率  $p$  也是随时间按正弦规律变化的, 其频率为电流频率的两倍。电感元件的瞬时功率曲线如图 4-10 (d) 所示。由图可见, 在  $0 \sim \pi/2$  区间  $p$  为正值, 电感吸收功率; 在  $\pi/2 \sim \pi$  区间  $p$  为负值, 电感发出功率, 不消耗功率, 为储能元件。

2) 电感的平均功率 (有功功率)

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2\omega} UI \sin 2\omega t d(2\omega t) = \frac{1}{T} \frac{1}{2\omega} UI (-\cos 2\omega t) \Big|_0^T \\ &= -\frac{1}{T} \frac{1}{2\omega} UI [\cos 2\omega T - \cos 0] = -\frac{1}{T} \frac{1}{2\omega} UI \left[ \cos 2 \frac{2\pi}{T} \times T - \cos 0 \right] = -\frac{1}{T} \frac{1}{2\omega} UI [\cos 4\pi - \cos 0] \\ &= \frac{1}{T} \frac{1}{2\omega} UI [1 - 1] = 0 \end{aligned}$$

在一个周期内, 瞬时功率的平均值为零, 说明电感元件不消耗能量。

电感与电源之间能量的互换用无功功率 (reactive power)  $Q$  来计量, 无功功率的单位是“乏尔”, 简称乏 (var)。

$$Q = UI = I^2 X_L = \frac{U^2}{X_L} \text{ (var)} \quad (4-18)$$

**【例4-10】** 把一个  $0.1\text{H}$  的电感元件接到频率为  $50\text{Hz}$ 、电压有效值为  $10\text{V}$  的正弦电源上, 问电流是多少? 若保持电压值不变, 而电源频率改变为  $5000\text{Hz}$ , 这时电流将是多少? 试用 Proteus 仿真它。

解: 当  $f=50\text{Hz}$  时

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.1 = 31.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{31.4} = 0.318\text{A} = 318\text{mA}$$

当  $f=5000\text{Hz}$  时

$$X_L = 2 \times 3.14 \times 5000 \times 0.1 = 3140\Omega$$

$$I = \frac{10}{3140} = 0.00318\text{A} = 3.18\text{mA}$$

可见, 在电压有效值一定时, 频率愈高, 通过电感元件的电流有效值愈小。

如图4-11所示是电感电路仿真图, 当输入电压有效值为  $10\text{V}$ 、频率为  $50\text{Hz}$  的交流信号并运行时, 将出现如图4-12所示的电感电路仿真结果图1。由图可见电流  $I=314\text{mA}$  及频率为  $50\text{Hz}$  的正弦波形图。输入电压有效值维持  $10\text{V}$  不变, 而将频率由  $50\text{Hz}$  改为  $5000\text{Hz}$  并运行时, 将出现如图4-13所示的电感电路仿真结果图2。由图可见电流  $I=3.14\text{mA}$  及频率为  $5000\text{Hz}$  的正弦波形图。这两种情况下都和前面的理论计算值  $I$  很接近。

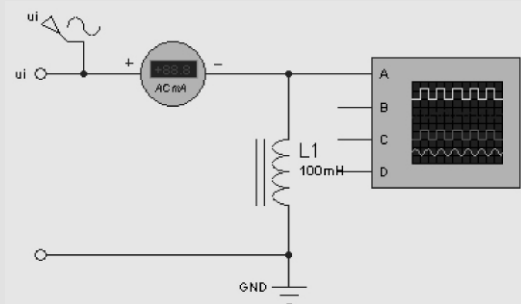


图4-11 电感电路仿真图

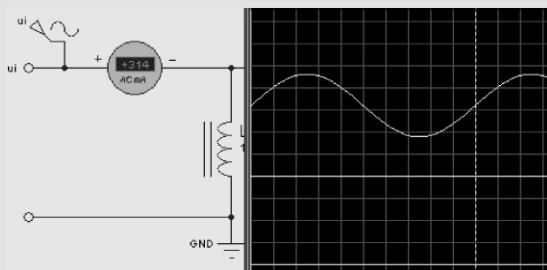


图4-12 电感电路仿真结果图1

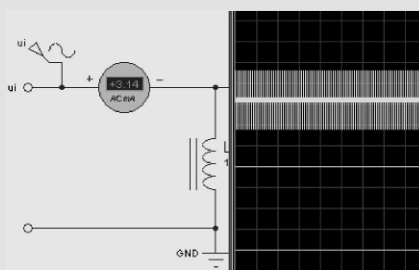


图4-13 电感电路仿真结果图2



## 4.5 电容元件上电压和电流的相量关系

### 1. 电容元件上电压与电流的关系

如图 4-14 (a) 所示, 当电容  $C$  两端加上正弦电压  $u$  时, 电容中便有正弦电流  $i$  通过。

根据电容元件上电流和电压的微分关系式  $i = C \frac{du}{dt}$ , 设电压为  $u = U_m \sin \omega t$ , 则

$$i = C \frac{du}{dt} = C \frac{dU_m \sin \omega t}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

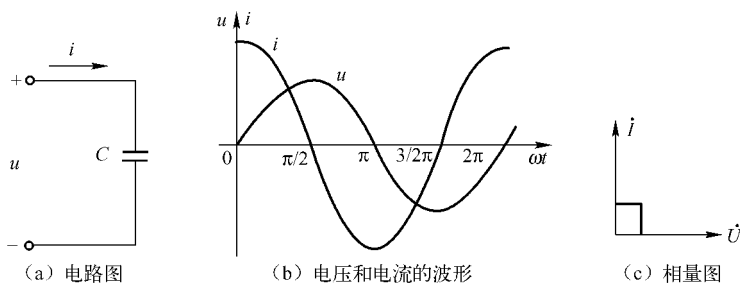


图 4-14 电容  $C$  上电压和电流关系图

可以看出:

☺ 电容元件两端电压  $u$  和电流  $i$  是同频率的正弦量。

☺ 电流和电压最大值的关系为  $U_m = \frac{1}{\omega C} I_m$ , 有效值的关系为  $U = \frac{1}{\omega C} I = X_C I$ 。式中  $X_C =$

$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ ,  $X_C$  ( $\Omega$ ) 称为容抗 (capacitive reactance), 容抗和频率  $f$  成反比,  $f$  愈高  $X_C$  愈小。故电容有隔直流通交流的作用。

☺ 电容元件上电流  $i$  超前电压  $u$   $90^\circ$ , 或者说电压  $u$  滞后电流  $i$   $90^\circ$ , 如图 4-14 (b), (c) 所示。

### 2. 相量形式的伏安特性

电容元件两端的电压为

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$$

对应的相量为

$$\dot{U} = U \angle \psi_u$$

流过电容元件的电流为

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi_i)$$

对应的相量为

$$\dot{I} = I \angle \psi_i = \frac{U}{X_C} \angle (\psi_u + 90^\circ) = j\omega C U \angle \psi_u$$

故有

$$\begin{aligned}\dot{I} &= j\omega C \dot{U} = j \frac{1}{X_C} \dot{U} \\ \dot{U} &= -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -jX_C \dot{I}\end{aligned}\quad (4-19)$$

式(4-19)就是电容元件的欧姆定律的相量形式,也就是相量形式的伏安特性。

### 3. 电容 C 上的功率

**1) 瞬时功率** 若电容元件两端的电压为  $u = U_m \sin \omega t$ , 则流过电容元件的电流为  $i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ , 电容元件的瞬时功率为

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \sin \omega t = U_m I_m \cos \omega t \sin \omega t = \frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t$$

上式说明电容元件的瞬时功率  $p$  也是随时间按正弦规律变化的,其频率为电流频率的两倍。

### 2) 电容的平均功率 (有功功率)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0$$

和电感元件一样,电容元件的平均功率也是零,它也不消耗功率,也为储能元件。

电容与电源之间互换的能量用无功功率  $Q$  来计量,单位是乏 (var)。

$$Q = UI = I^2 X_C = \frac{U^2}{X_C} \text{ (var)} \quad (4-20)$$

**【例4-11】** 把一个  $25\mu\text{F}$  的电容元件接到频率为  $50\text{Hz}$ , 电压有效值为  $10\text{V}$  的正弦电源上,问电流是多少?如保持电压值不变,而电源频率改变为  $5000\text{Hz}$ ,这时电流将是多少?试用 Proteus 仿真它。

解: 当  $f = 50\text{Hz}$  时

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times (25 \times 10^{-6})} = 127.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_C} = \frac{10}{127.4} = 0.078\text{A} = 78\text{mA}$$

当  $f = 5000\text{Hz}$  时

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5000 \times (25 \times 10^{-6})} = 1.274\Omega$$

$$I = \frac{10}{1.274} = 7.8\text{A}$$

可见,在电压有效值一定时,频率愈高,则通过电容元件的电流有效值愈大。

如图4-15所示是电容电路仿真图,当输入电压有效值为  $10\text{V}$ 、频率为  $50\text{Hz}$  的交流信号并运行时,将出现如图4-16所示的电容电路仿真结果图1。由图可见,电流  $I = 79.7\text{mA}$ 。输入电压有效值维持  $10\text{V}$

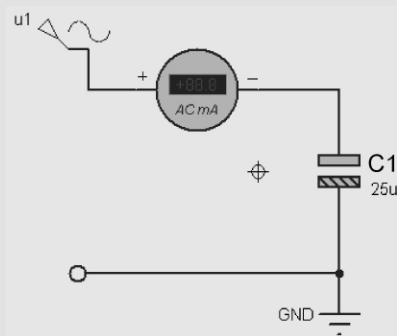


图4-15 电容电路仿真图

不变, 而将频率由 50Hz 改为 5000Hz 并运行时, 将出现如图 4-17 所示的电容电路仿真结果图 2。由图可见, 电流  $I=7.97\text{A}$ 。这两种情况下都和前面的理论计算值  $I$  很接近。

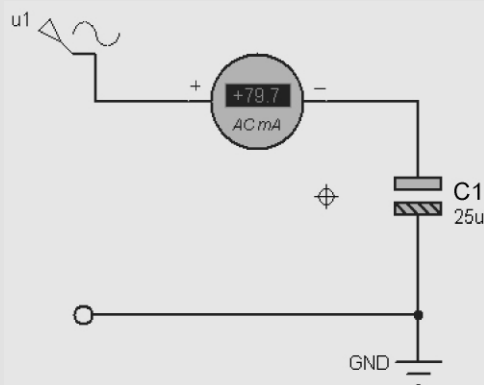


图 4-16 电容电路仿真结果图 1

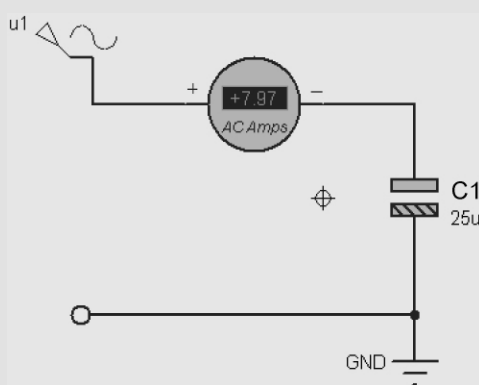


图 4-17 电容电路仿真结果图 2



## 4.6 电阻、电感、电容串联的电路

### 4.6.1 RLC 串联电路电流和电压的关系

如图 4-18 所示为 RLC 串联电路。由于是串联电路, 电路中流过各元件的是同一电流  $i$ , 所以取  $i$  为参考正弦量, 对应的相量为参考相量, 即  $\dot{I} = I \angle 0^\circ$ 。

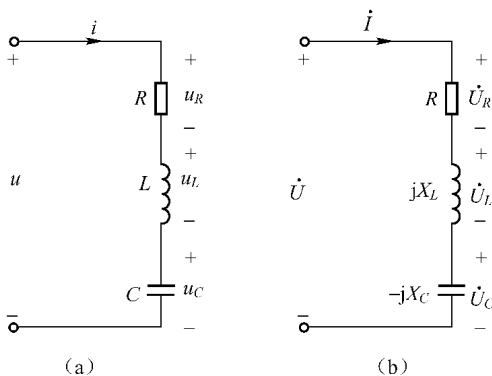


图 4-18 RLC 串联电路

电阻、电感和电容元件上的电压分别为

$$\dot{U}_R = R \dot{I}, \dot{U}_L = jX_L \dot{I}, \dot{U}_C = -jX_C \dot{I}$$

由基尔霍夫电压定律, 得

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R \dot{I} + jX_L \dot{I} - jX_C \dot{I} = [R + j(X_L - X_C)] \dot{I}$$

即

$$\dot{U} = (R + jX) \dot{I} = Z \dot{I} \quad (4-21)$$

式(4-21)为RLC串联电路欧姆定律的相量形式,也就是伏安特性的相量形式。

式(4-21)中,  $X = X_L - X_C$  称为电路的电抗(reactance),其值可正也可负。而

$$Z = R + jX = |Z| e^{j\varphi} \quad (4-22)$$

称为电路的复阻抗(complex impedance)。 $Z$ 是一个复数,实部是电阻 $R$ ,虚部是电抗 $X$ ,单位为欧姆。但 $Z$ 不是相量,因此只用大写字母 $Z$ 表示而不加黑点。

从式(4-22)可以看出

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (4-23)$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R} \quad (4-24)$$

式中,  $|Z|$ 为复阻抗的模,称为电路的阻抗;  $\varphi$ 为复阻抗的辐角,称为阻抗角,它表示总电压 $\dot{U}$ 超前于电流 $\dot{I}$ 的角度。

由于电抗 $X = X_L - X_C$ ,故 $X$ 值的正负决定阻抗角 $\varphi$ 的正负,关系到电路的性质。

RLC串联电路有以下三种不同性质。

③ 当电路中电感的作用大于电容的作用,即 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ 时,  $X_L > X_C$ ,此时,  $X > 0$ ,  $U_L >$

$U_C$ , 阻抗角 $\varphi > 0^\circ$ 。以 $\dot{I}$ 为参考相量,作出相量图如图4-19(a)所示。从相量图可以看出,总电压 $\dot{U}$ 超前于电流 $\dot{I}$ 的角度为 $\varphi$ ,电路呈感性。

③ 当电路中电容的作用大于电感的作用,即 $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ 时,  $X_L < X_C$ ,此时,  $X < 0$ ,  $U_L <$

$U_C$ , 阻抗角 $\varphi < 0^\circ$ 。以 $\dot{I}$ 为参考相量,作出相量图如图4-19(b)所示。从相量图可以看出,总电压 $\dot{U}$ 滞后于电流 $\dot{I}$ 的角度为 $|\varphi|$ ,电路呈容性。

③ 当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时,  $X_L = X_C$ ,此时,  $X = 0$ ,  $U_L = U_C$ , 阻抗角 $\varphi = 0^\circ$ 。其相量图如图4-19(c)

所示,此时电路中电感的作用和电容的作用相互抵消,总电压 $\dot{U}$ 和电流 $\dot{I}$ 同相,电路呈阻性。这是串联电路的一种特殊状态,称作“串联谐振”,将在第5章中进一步讨论。

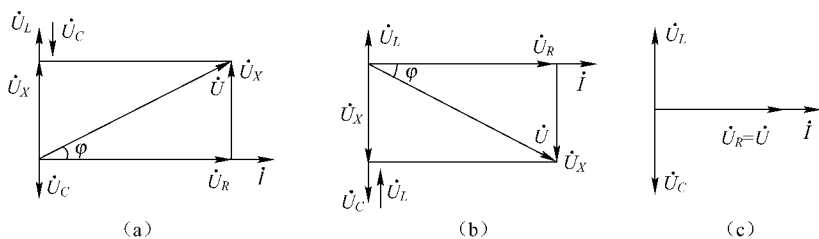


图4-19 RLC串联电路相量图

前已述及,RLC串联电路欧姆定律的相量形式为 $\dot{U} = Z \dot{I}$ 。RL串联电路、RC串联电路、电阻元件、电感元件、电容元件都可以看成RLC串联电路的特例。

$R$ 、 $L$ 、 $C$ 的复阻抗 $Z$ 分别为 $R$ 、 $jX_L$ 、 $-jX_C$ ,阻抗角 $\varphi$ 分别为 $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $-90^\circ$ 。RL


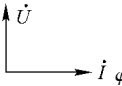
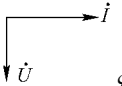




串联电路复阻抗  $Z = R + jX_L$ ，阻抗角  $\varphi = \arctan \frac{X_L}{R}$ 。

RC 串联电路复阻抗  $Z = R - jX_C$ ，阻抗角  $\varphi = \arctan \left( -\frac{X_C}{R} \right)$ 。

交流电路中电压和电流的关系有一定规律性，现将几种 RLC 串联正弦交流电路中的电压和电流关系列于表 4.1 中。

表 4.1 RLC 串联正弦交流电路中的电压和电流关系

电 路	一般关系式	相位关系	大小关系	复 数 式
R	$u = Ri$	 $\varphi = 0^\circ$	$I = \frac{U}{R}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{R}$
L	$u = L \frac{di}{dt}$	 $\varphi = +90^\circ$	$I = \frac{U}{X_L}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{jX_L}$
C	$u = \frac{1}{C} \int i dt$	 $\varphi = -90^\circ$	$I = \frac{U}{X_C}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{-jX_C}$
RL 串联	$u = Ri + L \frac{di}{dt}$	 $\varphi > 0^\circ$	$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{R + jX_L}$
RC 串联	$u = Ri + \frac{1}{C} \int i dt$	 $\varphi < 0^\circ$	$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{R - jX_C}$
RLC 串联	$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$	$\varphi > 0^\circ$ $\varphi = 0^\circ$ $\varphi < 0^\circ$	$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$	$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}$

## 4.6.2 三个三角形

### 1. 电压三角形

在图 4-19 (a), (b) 中,  $\dot{U}_R$ 、 $\dot{U}_L$ 、 $\dot{U}$  组成一个直角三角形, 称为电压三角形, 如图 4-20 (a), (b) 所示, 其中图 4-20 (a) 为感性电路的电压三角形, 图 4-20 (b) 为容性电路的电压三角形。电压三角形反映了各个正弦电压有效值和相位之间的关系。阻抗角  $\varphi$  反映了在关联参考方向下总电压超前电流的角度。以图 4-20 (a) 为例, 根据勾股定理, 总电压和各个分电压之间的关系为

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2} \\
 &= I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \sqrt{R^2 + X^2} = I |Z|
 \end{aligned}$$

或

$$I = \frac{U}{|Z|}$$

### 2. 阻抗三角形

若将电压三角形的三条边同除以电流  $I$ , 就得到一个新的三角形, 它与电压三角形相

似,  $|Z|$ 、 $R$ 、 $X$  三者之间符合直角三角形的关系, 称为阻抗三角形, 如图 4-21 所示。其中图 4-21 (a) 为感性电路的阻抗三角形, 图 4-21 (b) 为容性电路的阻抗三角形。阻抗三角形不是相量三角形, 阻抗  $|Z|$  和阻抗角  $\varphi$  与电路的  $R$ 、 $L$ 、 $C$  参数及频率有关, 而与电压、电流无关。阻抗角  $\varphi = \arctan \frac{X}{R}$ 。

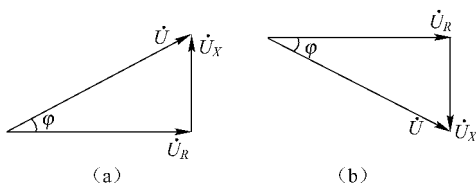


图 4-20 RLC 串联电路的电压三角形

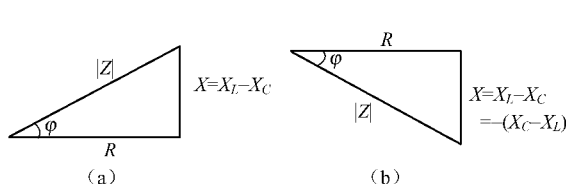


图 4-21 RLC 串联电路的阻抗三角形

### 3. 功率三角形

将电压三角形的各个边乘以电流  $I$ , 就可得到功率三角形, 如图 4-22 所示。 $P$  为有功功率, 它等于电阻的平均功率, 单位为瓦 (W)。 $Q$  为无功功率, 单位为乏 (var)。 $S$  为视在功率 (apparent power), 单位为伏安 (VA)。 $\lambda$  为功率因数, 无量纲。它们相互间的关系为

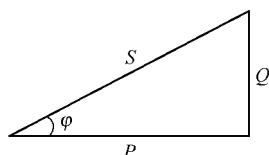


图 4-22 RLC 串联电路的功率三角形

$$P = U_R I = UI \cos \varphi = I^2 R (\text{W})$$

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X (\text{var})$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{P}{\cos \varphi} (\text{VA})$$

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (4-25)$$

电压三角形、阻抗三角形和功率三角形是分析计算 RLC 串联或其中两种元件串联的重要依据。

**【例 4-12】** 有一如图 4-23 所示的 RLC 串联电路, 外加电压为  $u = 12\sin(6280t + 30^\circ)$  V, 若  $R = 15\Omega$ ,  $L = 3\text{mH}$ ,  $C = 100\mu\text{F}$ 。求: (1) 电路的电流  $i$ ; (2) 各元件上的电压  $u_R$ 、 $u_L$ 、 $u_C$ ; (3) 电路的  $P$ 、 $Q$ 、 $S$ ; (4) 确定电路的性质; (5) 画出相量图; (6) 用 Proteus 仿真。

解: (1)

$$X_L = \omega L = 6280 \times 3 \times 10^{-3} = 18.8\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{6280 \times 100 \times 10^{-6}} = 1.59\Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 15 + j(18.8 - 1.59) = (15 + j17.2)\Omega = (22.8 \angle 48.9^\circ)\Omega$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \left( \frac{\frac{12}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ}{22.8 \angle 48.9^\circ} \right) \text{A} = \left( \frac{0.526}{\sqrt{2}} \angle -18.9^\circ \right) \text{A}$$

则对应

$$i = 0.526 \sin(6280t - 18.9^\circ) \text{ A}$$

$$(2) \quad \dot{U}_R = R \dot{I} = \left( \frac{0.526}{\sqrt{2}} \angle -18.9^\circ \times 15 \right) \text{ V} = \left( \frac{7.89}{\sqrt{2}} \angle -18.9^\circ \right) \text{ V}$$

对应

$$u_R = 7.89 \sin(6280t - 18.9^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U} = jX_L \dot{I} = \left( \frac{0.526}{\sqrt{2}} \angle -18.9^\circ \times 18.8 \angle 90^\circ \right) \text{ V} = \left( \frac{9.89}{\sqrt{2}} \angle 71.1^\circ \right) \text{ V}$$

对应

$$u_L = 9.89 \sin(6280t + 71.1^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \dot{I} = \left( \frac{0.526}{\sqrt{2}} \angle -18.9^\circ \times 1.59 \angle -90^\circ \right) \text{ V} = \left( \frac{0.836}{\sqrt{2}} \angle -108.9^\circ \right) \text{ V}$$

对应

$$u_C = 0.836 \sin(6280t - 108.9^\circ) \text{ V}$$

$$(3) \quad P = UI \cos \varphi = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi = \frac{1}{2} \times 12 \times 0.526 \cos 48.9^\circ = 2.07 \text{ W}$$

$$Q = UI \sin \varphi = \frac{1}{2} U_m I_m \sin \varphi = \frac{1}{2} \times 12 \times 0.526 \sin 48.9^\circ = 2.39 \text{ var}$$

$$S = UI = \frac{1}{2} U_m I_m = \frac{1}{2} \times 12 \times 0.526 = 3.156 \text{ VA}$$

(4) 由  $X_L > X_C$  或阻抗角  $\varphi = 48.9^\circ > 0$ , 知电路呈感性。

(5) 相量图如图 4-24 所示。

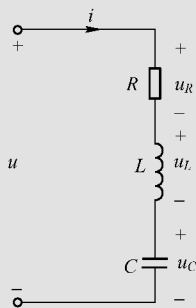


图 4-23 RLC 串联电路

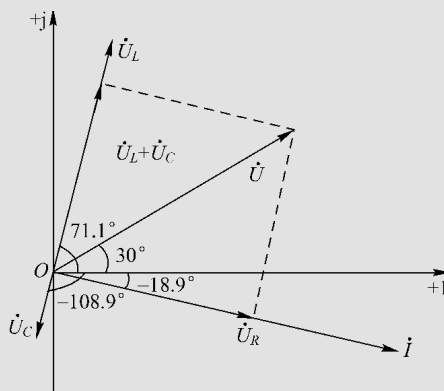


图 4-24 电路相量图

(6) 用 Proteus 仿真。如图 4-25 所示的电路图是 RLC 串联电路 Proteus 仿真图, 图中和电阻、电感、电容并联的虚拟交流电压表是测量它们电压用的, 交流电流表是测量总电流的。输入信号是有效值为 12V, 初相角为  $30^\circ$  的 1000Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-26 所示的电路仿真结果图。

由图可见,  $i = 519 \text{ mA}$ 、 $u_R = 7.79 \text{ V}$ 、 $u_L = 9.92 \text{ V}$ 、 $u_C = 0.81 \text{ V}$ , 这和前面理论计算值  $i$ 、 $u_R$ 、 $u_L$ 、 $u_C$  的有效值很接近。

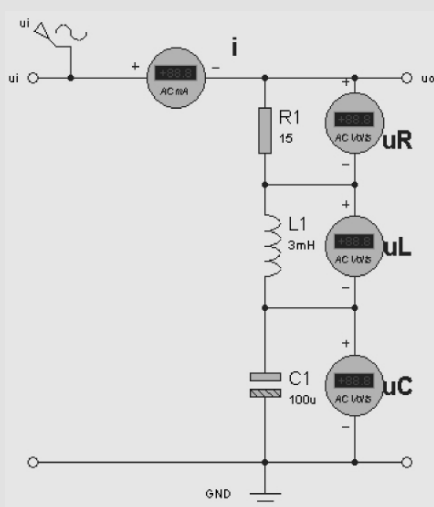


图 4-25 RLC 串联电路 Proteus 仿真图

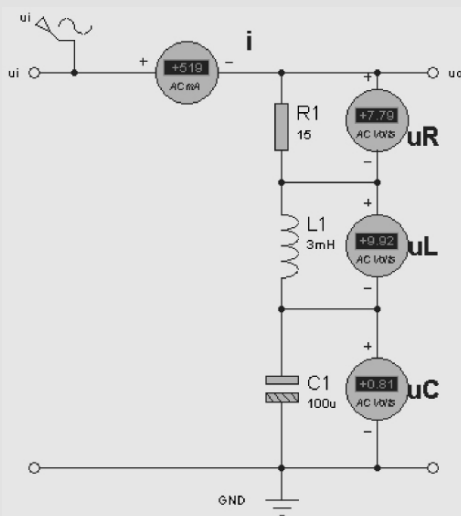


图 4-26 RLC 串联电路 Proteus 仿真结果图

**【例 4-13】**用电感降压来调速的电风扇的等效电路如图 4-27 (a) 所示, 已知  $R = 190\Omega$ ,  $X_{L_1} = 260\Omega$ , 电源电压为  $U = 220\text{V}$ ,  $f = 50\text{Hz}$ , 要使  $U_2 = 180\text{V}$ , (1) 问串联的电感  $L_X$  应为多少? (2) 用 Proteus 仿真。

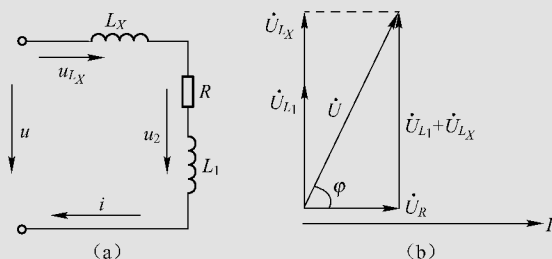


图 4-27 用电感降压来调速的电风扇的等效电路图

**解:** (1) 以  $\dot{I}$  为参考相量, 作相量图, 如图 4-27 (b) 所示。  
由已知条件得

$$Z_1 = R + jX_{L_1} = (190 + j260)\Omega = (322 \angle 53.8^\circ)\Omega$$

$$I = \frac{U_2}{|Z_1|} = \frac{180}{322} = 0.56\text{A}$$

$$U_R = IR = 0.56 \times 190 = 106.4\text{V}$$

$$U_{L_1} = IX_{L_1} = 0.56 \times 260 = 145.6\text{V}$$

由相量图得

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_{L_1} + U_{L_X})^2}$$

$$220^2 = 106.4^2 + (145.6 + U_{L_X})^2$$

解得

$$U_{L_X} = 46.96\text{V}$$

$$X_{L_X} = \frac{U_{L_X}}{I} = \frac{46.96}{0.56} = 83.9\Omega$$

$$L_X = \frac{U_{L_X}}{\omega} = \frac{83.9}{314} = 0.267\text{H}$$

(2) 用 Proteus 仿真。Proteus 软件既可用于交流电路的解题, 即根据已知条件, 求出问题答案来; 也可用于对解题结果的验算, 即是对用别的方法解出的题进行检验, 看解题正确与否。本题 Proteus 仿真就属于一种验算, 看电感  $L_X$  取 267mH 后,  $U_2 = 180\text{V}$  是否成立。如图 4-28 所示的电路图是调速电风扇电路 Proteus 仿真图, 图中电感  $L_X$  取 267mH,  $X_{L_1} = 260\Omega$  为了便于用 Proteus 仿真, 将其复原为 828mH。输入信号是有效值为 220V, 初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-28 所示的电路仿真结果图。

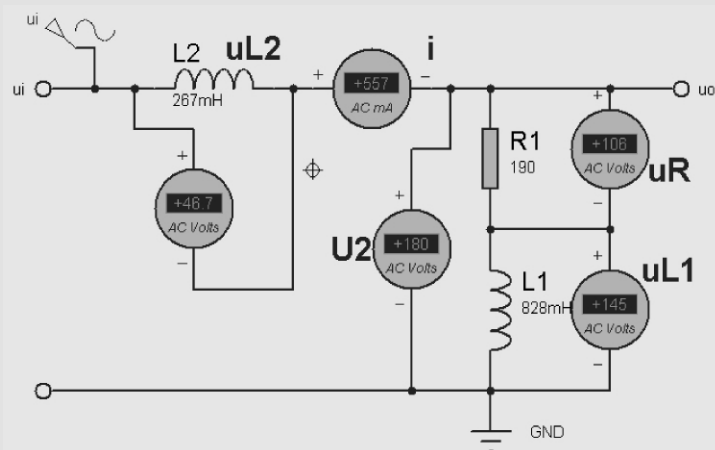


图 4-28 调速电风扇电路 Proteus 仿真结果图

由图可见,  $U_2 = 180\text{V}$ 。这表明电感  $L_X$  (图 4-28 中为  $L_2$ ) 取 267mH 后,  $U_2 = 180\text{V}$  是成立的, 前面的题解正确。此外  $i = 557\text{mA}$ ,  $u_R = 106\text{V}$ ,  $u_{L_1} = 145\text{V}$ ,  $U_{L_2} = 46.7\text{V}$ , 也和前面理论计算值  $I$ 、 $U_R$ 、 $U_{L_1}$ 、 $U_{L_X}$  很吻合。同时, 我们也看到, 交流电总电压的有效值并不等于各个分电压有效值之和, 如  $180 \neq 106 + 145$ 。

**【例 4-14】** 有一如图 4-29 (a) 所示的 RC 电路, 已知  $R = 2\text{k}\Omega$ ,  $C = 0.1\mu\text{F}$ , 输入端电源电压为  $U_1 = 1\text{V}$ ,  $f = 500\text{Hz}$ , (1) 求输出电压  $U_2$ ; (2) 将电容改为  $20\mu\text{F}$ , 求 (1) 中电压  $U_2$ ; (3) 将频率改为  $4000\text{Hz}$ , 求 (1) 中电压  $U_2$ ; (4) 用 Proteus 仿真。

解: (1) 依题意,  $\dot{U}_1 = (1 \angle 0.0^\circ)\text{V}$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 500 \times (0.1 \times 10^{-6})} = 3200\Omega$$

$$Z = R - jX_C = (2000 - j3200)\Omega = (3770 \angle -58.0^\circ)\Omega$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{1 \angle 0.0^\circ}{3770 \angle -58.0^\circ} = (0.27 \times 10^{-3} \angle 58.0^\circ) \text{ A}$$

故, 有效值

$$I = 0.27 \text{ mA}$$

$$U_2 = IR = (0.27 \times 10^{-3} \angle 58.0^\circ) \times (2000 \angle 0.0^\circ) = (0.54 \angle 58.0^\circ) \text{ V}$$

电压和电流的相量图如图 4-29 (b) 所示。  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{0.54}{1} = 54\%$ ,  $U_2$  比  $U_1$  超前  $58.0^\circ$ 。

$$(2) \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 500 \times (20 \times 10^{-6})} = 16 \Omega \ll R$$

$$Z = R - jX_C = (2000 - j16) \Omega \approx (2000 \angle 0.0^\circ) \Omega$$

$$U_2 \approx U_1, \varphi \approx 0^\circ$$

电压和电流的相量图如图 4-29 (c) 所示。

$$(3) \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 4000 \times (0.1 \times 10^{-6})} = 400 \Omega$$

$$Z = R - jX_C = (2000 - j400) \Omega = (2040 \angle -11.3^\circ) \Omega$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{1 \angle 0.0^\circ}{2040 \angle -11.3^\circ} = (0.49 \times 10^{-3} \angle 11.3^\circ) \text{ A}$$

故, 有效值

$$I = 0.49 \text{ mA}$$

$$U_2 = IR = (0.49 \times 10^{-3} \angle 11.3^\circ) \times (2000 \angle 0.0^\circ) = (0.98 \angle 11.3^\circ) \text{ V}$$

电压和电流的相量图如图 4-29 (d) 所示。  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{0.98}{1} = 98\%$ ,  $U_2$  比  $U_1$  超前  $11.3^\circ$ 。

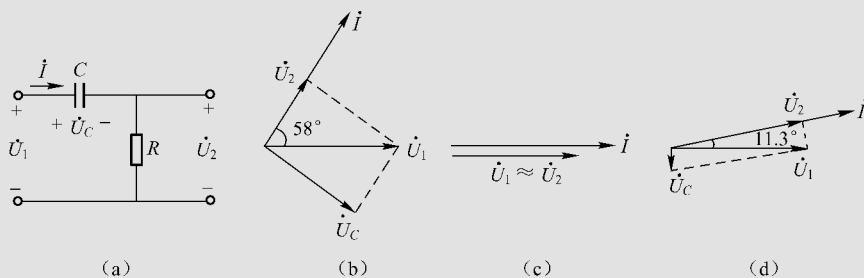


图 4-29 例 4-14 的 RC 电路

(4) 用 Proteus 仿真。

① 如图 4-30 所示的电路图是 RC 串联电路 Proteus 仿真图, 图中  $R = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 0.1 \mu\text{F}$ , 输入信号是有效值为  $1 \text{ V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $500 \text{ Hz}$  交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-30 所示的电路仿真结果图 1。

由图可见,  $i = 0.27 \text{ mA}$ ,  $u_2 = 0.54 \text{ V}$ 。这和前面的理论计算值  $I$ 、 $U_2$  完全相同。现在我们再用 Proteus 的图形仿真功能, 看一下  $U_2$  和  $U_1$  的关系。运行图形仿真, 将出现如图 4-31 所示的电路仿真结果图 2。由图可见, 图中红线  $u_1$  就是原输入的有效值为  $1 \text{ V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $500 \text{ Hz}$  交流电压信号, 绿线  $u_2$  就是输出的电压信号。 $u_2$  的幅度比输入信号低, 两

者的有效值比值为 54%。 $u_2$  的相位比输入信号的超前  $58^\circ$ ，从图形上看也是这样。不过图形仿真只能作定性的测量。

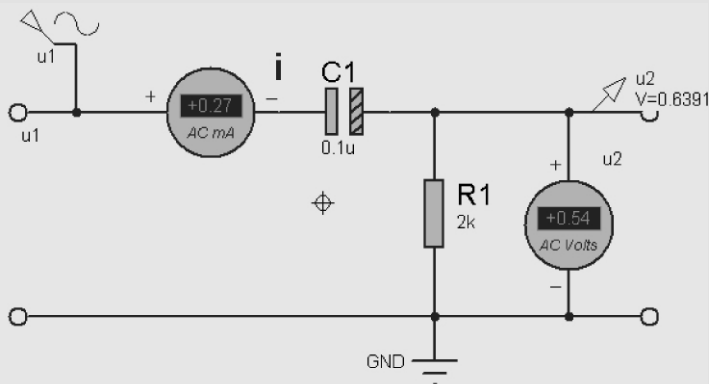


图 4-30 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 1

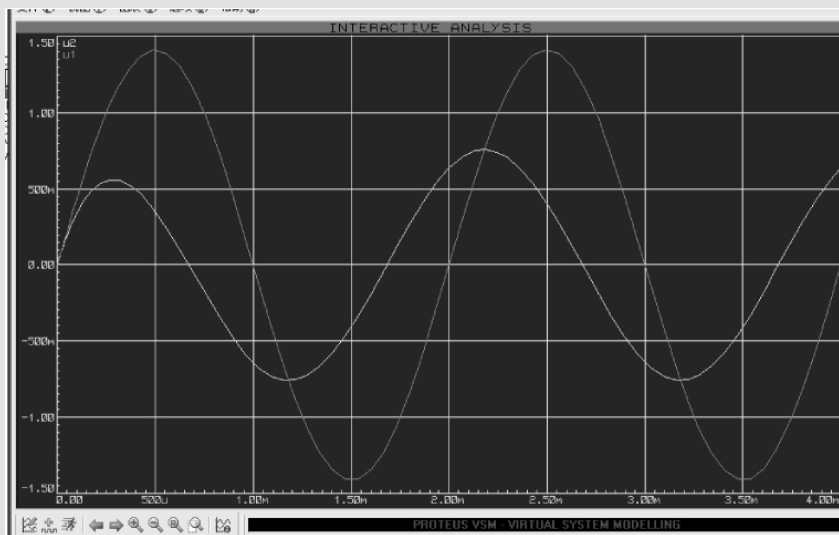


图 4-31 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 2

② 当  $C = 20\mu\text{F}$  时，其 Proteus 仿真结果如图 4-32 所示。由图可见， $i = 0.50\text{mA}$ ， $u_2 = 1.0\text{V}$ 。这和前面的理论计算值  $I$ 、 $U_2$  也一致。运行图形仿真，将出现如图 4-33 所示的电路仿真结果图 4。由图可见，图中似乎只有一条正弦曲线，其实那是输入和输出线完全重合了。即  $U_2 \approx U_1$ ， $\varphi \approx 0^\circ$ 。

③ 当  $f = 4000\text{Hz}$  时，其 Proteus 仿真结果如图 4-34 所示。由图可见， $i = 0.49\text{mA}$ ， $u_2 = 0.98\text{V}$ 。这和前面的理论计算值  $I$ 、 $U_2$  也一致。运行图形仿真，将出现如图 4-35 所示的电路仿真结果图 6。由图可见，图中红线  $u_1$  就是原输入的有效值为  $1\text{V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $4000\text{Hz}$  交流电压信号，绿线  $u_2$  就是输出的电压信号。 $u_2$  的幅度比输入信号低，两者的有效值比值为 98%。 $u_2$  的相位比输入信号的超前  $11.3^\circ$ ，从图形上看也是这样。

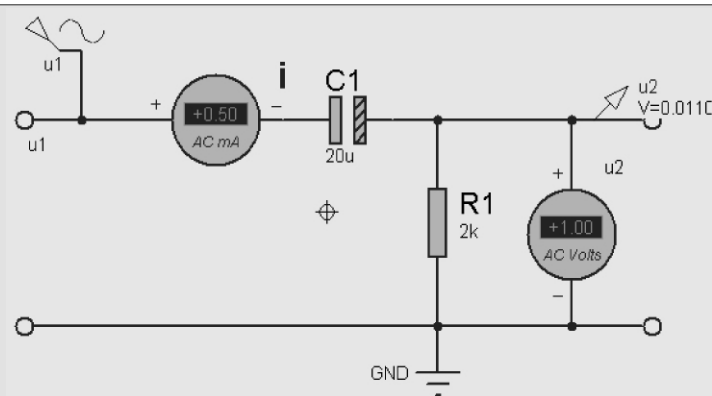


图 4-32 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 3

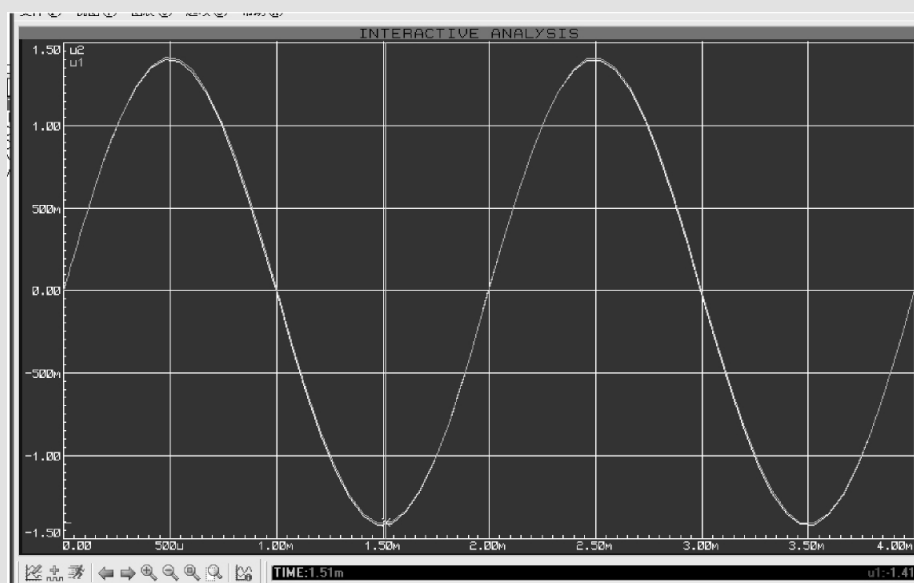


图 4-33 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 4

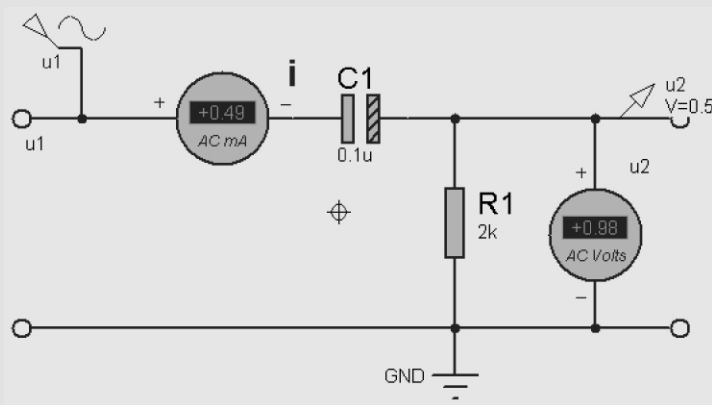


图 4-34 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 5



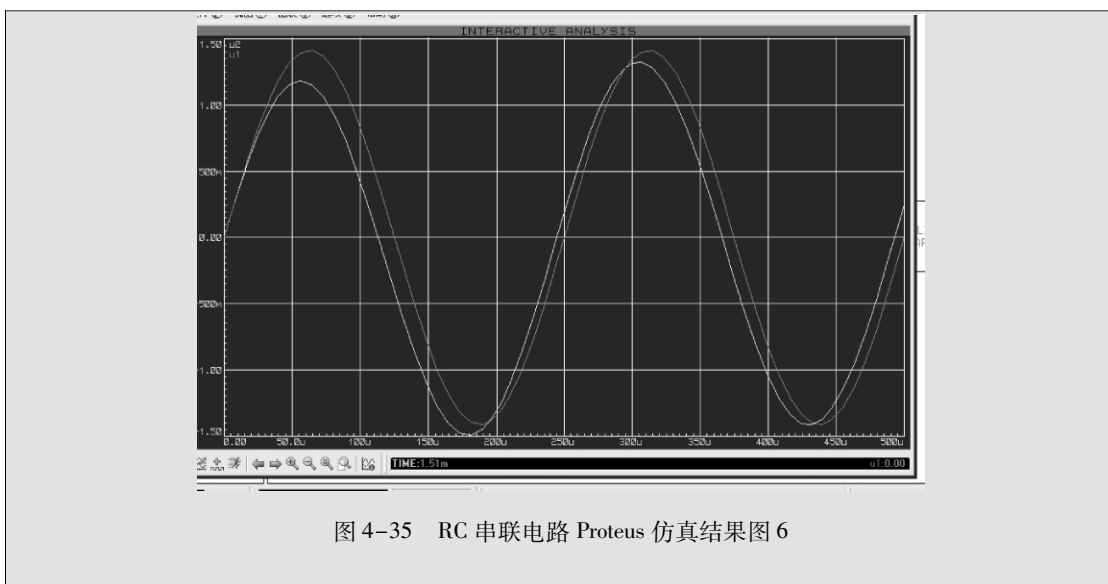


图 4-35 RC 串联电路 Proteus 仿真结果图 6

#### 4.6.3 多阻抗串联电路分析

如图 4-36 (a) 所示的电路中, 有  $n$  个复阻抗串联, 其中

$$Z_1 = R_1 + jX_1, Z_2 = R_2 + jX_2, \dots, Z_n = R_n + jX_n$$

由 KVL 可得

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = \dot{I} Z_1 + \dot{I} Z_2 + \dots + \dot{I} Z_n = \dot{I} (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n) = \dot{I} Z$$

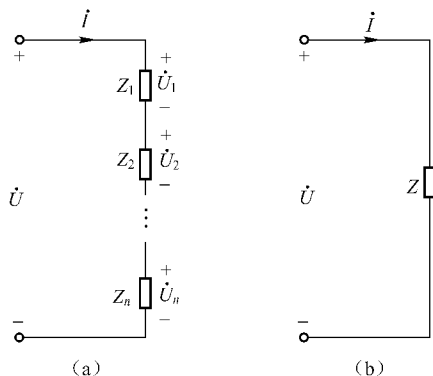
式中,  $Z$  为串联电路的等效复阻抗, 如图 4-36 (b) 所示。

$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

式中,  $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$  为串联电路的等效电阻;  $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  为串联电路的等效

电抗;  $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$  为串联电路的阻抗;  $\varphi = \arctan \frac{X}{R}$  为串联电路的阻抗角。

需注意, 一般情况下,  $|Z| \neq |Z_1| + |Z_2| + \dots + |Z_n|$ 。

图 4-36  $n$  个复阻抗串联电路及其等效电路

**【例 4-15】** 已知如图 4-37 所示的多阻抗串联电路中,  $Z_1 = (30 + j40) \Omega$ ,  $Z_2 = (20 - j20) \Omega$ ,  $Z_3 = (80 + j60) \Omega$ ,  $C = 0.1 \mu\text{F}$ , 输入端电源电压为  $U = 120\text{V}$ ,  $f = 50\text{Hz}$ , (1) 求电路总阻抗  $Z$  和电路中的电流  $\dot{I}$ ; (2) 每个阻抗上的电压; (3) 电路的有功功率、无功功率和功率因数; (4) 用 Proteus 仿真。

**解:** (1) 依题意,  $\dot{U} = (120 \angle 0.0^\circ) \text{V}$ , 串联电路总阻抗为  
 $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 = (30 + j40) + (20 - j20) + (80 + j60) = (130 + j80) \Omega = (153 \angle -31.6^\circ) \Omega$   
 根据欧姆定律, 电流相量为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120 \angle 0.0^\circ}{153 \angle -31.6^\circ} = (0.784 \angle -31.6^\circ) \text{A}$$

(2) 每个阻抗上的电压分别为

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{I} Z_1 = (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (30 + j40) \\ &= (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (50 \angle 53.1^\circ) = (39.3 \angle 21.5^\circ) \text{V} \\ \dot{U}_2 &= \dot{I} Z_2 = (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (20 - j20) \\ &= (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (28.3 \angle -45.0^\circ) = (22.2 \angle -76.6^\circ) \text{V} \\ \dot{U}_3 &= \dot{I} Z_3 = (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (80 + j60) \\ &= (0.784 \angle -31.6^\circ) \times (100.0 \angle 36.9^\circ) = (78.4 \angle 5.3^\circ) \text{V}\end{aligned}$$

(3) 由总阻抗  $Z = 130 + j80$ , 可知电路的总电阻  $R = 130\Omega$ , 电路的总电抗  $X = 80\Omega$ 。据此计算有功功率、无功功率和功率因数分别为

$$\begin{aligned}P &= I^2 R = 0.784^2 \times 130 = 80.2 \text{W} \\ Q &= I^2 X = 0.784^2 \times 80 = 49.4 \text{var} \\ \cos\varphi &= \cos 31.6^\circ = 0.851\end{aligned}$$

(4) 用 Proteus 仿真。

如图 4-38 所示的电路图是多阻抗串联电路 Proteus 仿真图, 由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容量, 我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由 } X_C = \frac{1}{2\pi fC}, \text{ 有 } C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

$$\text{由 } X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ 有 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}$$

把  $X_{L1} = 40\Omega$ ,  $X_{L2} = 60\Omega$ ,  $X_C = 20\Omega$  代入上式, 可求得

$$L_1 = 127\text{mH}, L_2 = 191\text{mH}, C_1 = 159\mu\text{F}$$

图中增加了测量用的虚拟交流电流表和交流电压表, 输入信号是有效值为 120V、初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-38 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I = 0.79\text{A}$ ,  $U_{Z1} = 39.1\text{V}$ ,  $U_{Z2} = 22.0\text{V}$ ,  $U_{Z3} = 78.4\text{V}$ 。这和前面的理论计算值  $I$ 、 $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  是很接近的。

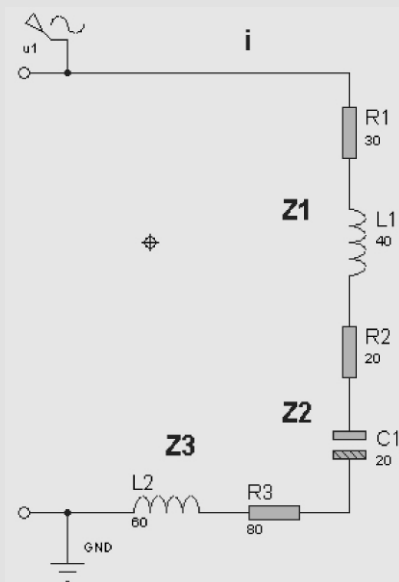


图 4-37 多阻抗串联电路

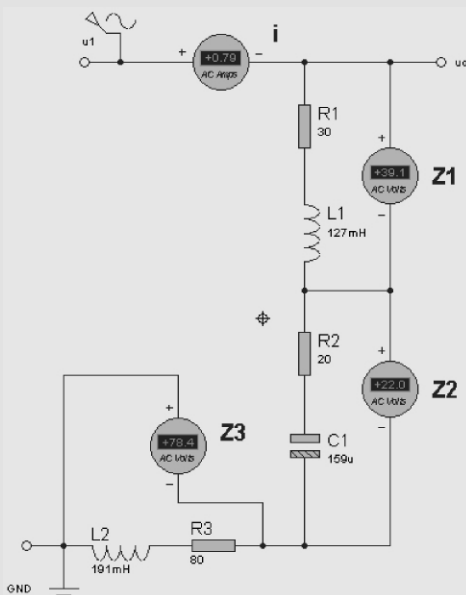


图 4-38 多阻抗串联电路仿真结果图



## 4.7 电阻、电感、电容并联的电路

### 4.7.1 用阻抗法分析并联电路

正如用阻抗法分析 RLC 串联电路一样，也可用阻抗法来分析并联电路。但并联支路不能多，一般适用于两条支路的并联电路。

在如图 4-39 (a) 所示的并联电路中, 有

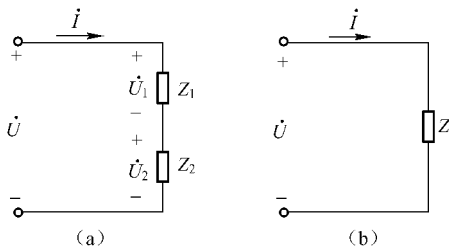
$$Z_1 = R_1 + jX_1, \quad Z_2 = R_2 + jX_2$$

各支路电流为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1}, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2}$$

由 KCL 得总电流为

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{\dot{U}}{Z}$$



式中,  $Z$  为并联电路的等效复阻抗, 如图 4-39 (b) 所示。

图 4-39 两条支路的并联电路及其等效电路

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad \text{或} \quad Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (4-26)$$

对于有  $n$  条支路的并联电路, 等效复阻抗为

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \cdots + \frac{1}{Z_n} \quad (4-27)$$

【例4-16】在图4-39 (a) 所示的电路中, 有两个阻抗  $Z_1 = (3 + j4) \Omega$ ,  $Z_2 = (8 - j6) \Omega$ , 它们并联连接在  $\dot{U} = (220 \angle 0.0^\circ) \text{ V}$  的电源上。(1) 求电路中的电流  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$  和  $\dot{I}$  并作出相量图; (2) 用 Proteus 仿真。

解: (1)  $Z_1 = (3 + j4) \Omega = (5 \angle 53.1^\circ) \Omega$

$$Z_2 = (8 - j6) \Omega = (10 \angle -36.9^\circ) \Omega$$

并联电路总阻抗为

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(5 \angle 53.1^\circ) \times (10 \angle -36.9^\circ)}{(3 + j4) + (8 - j6)} = \frac{50 \angle 16.2^\circ}{11 - j2} = \frac{50 \angle 16.2^\circ}{11.2 \angle -10.4^\circ} = (4.46 \angle 26.6^\circ) \Omega$$

电路总电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220 \angle 0.0^\circ}{4.46 \angle 26.6^\circ} = (49.3 \angle -26.6^\circ) \text{ A}$$

各分电流为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0.0^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = (44 \angle -53.1^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220 \angle 0.0^\circ}{10 \angle -36.9^\circ} = (22 \angle 36.9^\circ) \text{ A}$$

上述电路总电流也可由  $\dot{I}_1 + \dot{I}_2$  求得, 即

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (44 \angle -53.1^\circ) + (22 \angle 36.9^\circ) \\ &= (26.4 - j35.2) + (17.6 + j13.2) = (44 - j22) \text{ A} = (49.2 \angle -26.6^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

电压和电流相量图如图4-40所示。

(2) 用 Proteus 仿真。如图4-41所示的电路图是两个阻抗并联电路 Proteus 仿真图, 由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容量, 我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由 } X_C = \frac{1}{2\pi f C}, \text{ 有 } C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

$$\text{由 } X_L = \omega L = 2\pi f L, \text{ 有 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}$$

把  $X_L = 4\Omega$ ,  $X_C = 6\Omega$  代入上式, 可求得

$$L_1 = 12.7 \text{ mH}, C_1 = 531 \mu\text{F}$$

图中增加了测量用的虚拟交流电流表和交流电压表, 输入信号是有效值为 220V、初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图4-41所示的两个阻抗并联电路仿真结果图。由图可见,  $I = 49.3 \text{ A}$ ,  $I_1 = 43.9 \text{ A}$ ,  $I_2 = 21.9 \text{ A}$ 。这和前面的理论计算值  $\dot{I}$ 、 $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$  的有效值是很接近的。

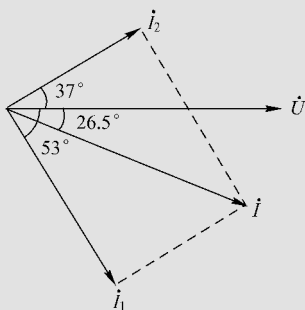


图 4-40 电压和电流相量图

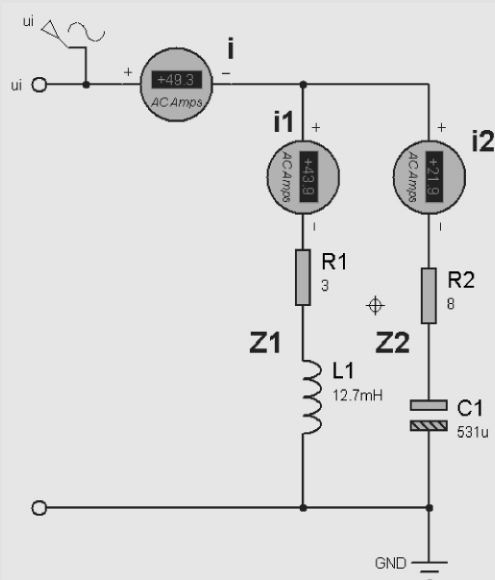


图 4-41 两个阻抗并联电路仿真结果图

### 4.7.2 用导纳法分析并联电路

对于有三条支路以上的并联电路，用阻抗法分析太复杂，而用复导纳法分析则较方便。

#### 1. 复导纳

复导纳就是复阻抗的倒数，用  $Y$  表示，单位为西门子（S）。同复阻抗一样，复导纳也是复数，它也不是相量。即

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G + jB = |Y| \angle \varphi' \quad (4-28)$$

式中， $G = \frac{R}{R^2 + X^2}$  称为电导； $B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$  称为电纳； $|Y| = \sqrt{G^2 + B^2}$  称为导纳； $\varphi' = \arctan \frac{B}{G}$  称为导纳角。

可以看出

$$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{1}{|Z|}, \varphi' = -\varphi$$

即导纳等于对应阻抗的倒数，导纳角等于对应阻抗角的负值。采用复导纳后，相量形式的欧姆定律就变为

$$\dot{I} = \dot{U} Y$$

#### 2. 用导纳法分析并联电路

将图 4-39 (a) 中的复阻抗都转换为复导纳后，各支路电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \dot{U} Y_1, \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \dot{U} Y_2$$

总电流为

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}(Y_1 + Y_2) = \dot{U}Y$$

等效复导纳

$$Y = Y_1 + Y_2$$

对于有  $n$  条支路的并联电路, 等效复导纳为

$$Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n = G_1 + jB_1 + G_2 + jB_2 + \cdots + G_n + jB_n = G + jB$$

式中,  $G = \sum_{K=1}^n G_K, B = \sum_{K=1}^n B_K$ 。但  $Y \neq |Y_1| + |Y_2| + \cdots + |Y_n|$ 。

### 3. RLC 并联电路的分析

如图 4-42 所示为 RLC 并联电路。由于是并联电路, 电路中的总电流  $\dot{I}$  分成三个电流支路, 分别是  $\dot{I}_R$ 、 $\dot{I}_L$  和  $\dot{I}_C$ 。各支路的复导纳为

$$Y_1 = \frac{1}{R} = G$$

$$Y_2 = \frac{1}{jX_L} = -j\frac{1}{X_L} = -jB_L$$

$$Y_3 = \frac{1}{-jX_C} = j\frac{1}{X_C} = jB_C$$

各支路的电流为

$$\dot{I}_R = \dot{U}Y_1 = G\dot{U}, \dot{I}_L = \dot{U}Y_2 = -jB_L\dot{U}, \dot{I}_C = \dot{U}Y_3 = jB_C\dot{U}$$

由 KCL 得总电流为

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{U}[G + j(B_C - B_L)] = \dot{U}(G + jB) = \dot{U}Y \quad (4-29)$$

式 (4-29) 为 RLC 并联电路欧姆定律的相量形式, 也就是伏安特性的相量形式。式 (4-29) 中,

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = G + jB = |Y|e^{j\varphi'} \quad (4-30)$$

称为电路的复导纳。其中  $|Y| = \frac{I}{U}$  表示电路中的总电流和端电压的有效值的关系, 导纳角

$\varphi'$  表示总电流  $\dot{I}$  和端电压  $\dot{U}$  的相位差, 即总电流  $\dot{I}$  超前于端电压  $\dot{U}$  的角度。

而  $B = B_C - B_L$  称为电路的电纳 (admittance), 其值可正也可负。 $B$  值的正负决定了导纳角  $\varphi'$  的正负, 利用电纳的正负也可判断电路的性质。

☺ 当  $B > 0$ , 即  $B_C < B_L$  时,  $I_L < I_C$ , 导纳角  $\varphi' > 0^\circ$ 。总电流  $\dot{I}$  超前于端电压  $\dot{U}$  的角度为  $\varphi'$ , 电路呈电容性。以  $\dot{U}$  为参考相量, 作出相量图如图 4-43 (a) 所示。

☺ 当  $B < 0$ , 即  $B_C < B_L$  时,  $I_L > I_C$ , 导纳角  $\varphi' < 0^\circ$ 。总电流  $\dot{I}$  滞后于端电压  $\dot{U}$  的角度为  $|\varphi'|$ , 电路呈电感性。以  $\dot{U}$  为参考相量, 作出相量图如图 4-43 (b) 所示。

☺ 当  $B = 0$ , 即  $B_C = B_L$  时,  $I_L = I_C$ , 导纳角  $\varphi' = 0^\circ$ 。其相量图如图 4-43 (c) 所示, 此时电路中电感的作用和电容的作用相互抵消, 总电流  $\dot{I}$  和电压  $\dot{U}$  同相, 电路呈阻

性。这种情况称作“并联谐振”，将在第 5 章中进一步讨论。

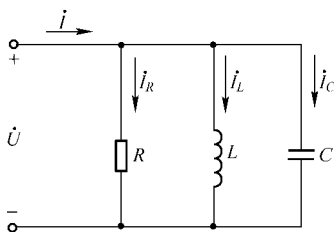


图 4-42 RLC 并联电路

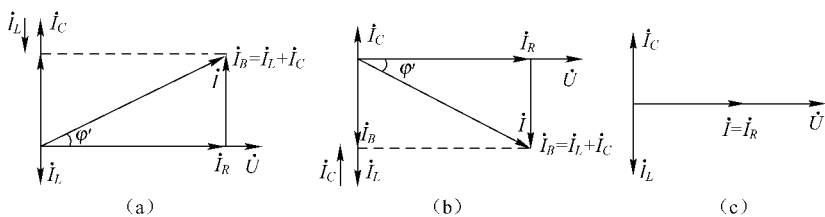


图 4-43 RLC 并联电路相量图

**【例 4-17】** 在如图 4-44 所示的并联 RLC 电路中，已知端电压为  $u = 220\sqrt{2}\sin(314t - 30^\circ)$  V， $R_1 = 10\Omega$ ， $R_2 = 8\Omega$ ， $R_3 = 60\Omega$ ， $X_L = 6\Omega$ ， $X_C = 8\Omega$ ，试求：(1) 电路的总导纳  $Y$  并判断电路的性质；(2) 各支路电流和总电流；(3) 电路的有功功率、无功功率和视在功率；(4) 用 Proteus 仿真。

**解：** 各电压、电流的参考方向如图中选定。由已知条件，知  $\dot{U} = (220 \angle -30^\circ)$  V。

$$(1) \quad Y_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ S}$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2 + jX_L} = \frac{1}{8 + j6} = (0.08 - j0.06) \text{ S} = (0.1 \angle -36.9^\circ) \text{ S}$$

$$Y_3 = \frac{1}{R_3 - jX_C} = \frac{1}{6 - j8} = (0.06 + j0.08) \text{ S} = (0.1 \angle 53.1^\circ) \text{ S}$$

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 = 0.1 + 0.08 - j0.06 + 0.06 + j0.08 = (0.24 + j0.02) \text{ S} = (0.241 \angle 4.76^\circ) \text{ S}$$

导纳角  $\varphi' = 4.76^\circ > 0$ ，该电路呈容性。

$$(2) \quad \dot{I}_1 = \dot{U} Y_1 = 220 \angle -30^\circ \times 0.1 = (22 \angle -30^\circ) \text{ A} \quad \text{得 } I_1 = 22 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U} Y_2 = 220 \angle -30^\circ \times 0.1 \angle -36.9^\circ = (22 \angle -66.9^\circ) \text{ A} \quad \text{得 } I_2 = 22 \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{U} Y_3 = 220 \angle -30^\circ \times 0.1 \angle 53.1^\circ = (22 \angle 23.1^\circ) \text{ A} \quad \text{得 } I_3 = 22 \text{ A}$$

$$\dot{I} = \dot{U} Y = 220 \angle -30^\circ \times 0.241 \angle 4.76^\circ = (53 \angle -25.34^\circ) \text{ A} \quad \text{得 } I = 53 \text{ A}$$

$$(3) \quad P = UI \cos \varphi = UI \cos \varphi' = 220 \times 53 \times 0.996 = 11.61 \text{ kW}$$

$$Q = UI \sin \varphi = -UI \sin \varphi' = -220 \times 53 \times 0.083 = -967.8 \text{ var}$$

$$S = UI = 220 \times 53 = 11.66 \text{ kVA}$$

(4) 用 Proteus 仿真。如图 4-45 所示的电路是并联电路 Proteus 仿真图, 由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容量, 我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由 } X_C = \frac{1}{2\pi fC}, \text{ 有 } C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

$$\text{由 } X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ 有 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}$$

把  $X_L = 6\Omega$ ,  $X_C = 8\Omega$  代入上式, 可求得

$$L_1 = 19.1\text{mH}, \quad C_1 = 398\mu\text{F}$$

图中增加了测量用的虚拟交流电流表和交流电压表, 输入信号是有效值为 220V、初相角为  $330^\circ$  (本来该是  $-30^\circ$ , 因 Proteus 软件不能识别负的角度, 故取  $330^\circ$ ) 的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-45 所示的并联电路仿真结果图。由图可见,  $I = 53.3\text{A}$ ,  $I_1 = 22.1\text{A}$ ,  $I_2 = 22.0\text{A}$ ,  $I_3 = 22.0\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $\dot{I}$ 、 $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$  的有效值也是很接近的。

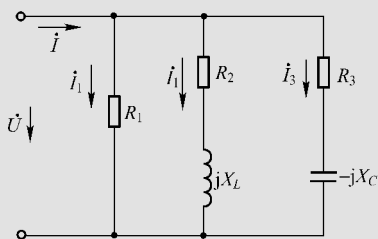


图 4-44 并联 RLC 电路

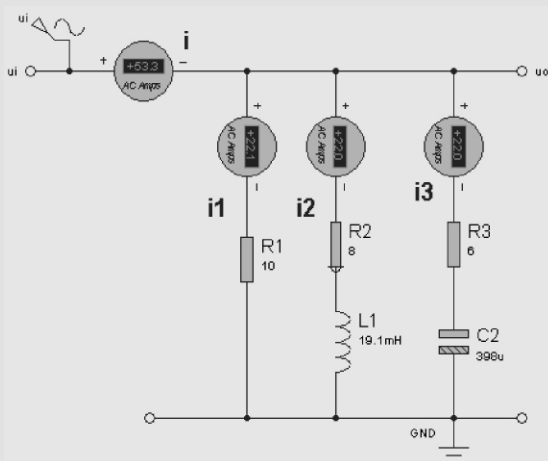


图 4-45 并联电路 Proteus 仿真结果图

**【例 4-18】** 在如图 4-46 所示的并联 RLC 电路中, 已知电压为  $u = 311\sin(314t)\text{V}$ , 求: (1) 电路的总电流  $i$ ; (2) 分电流  $i_1$  和  $i_2$ ; (3) 电路电压  $u_{cd}$ ;

(4) 用 Proteus 仿真。

**解:** 由已知条件, 知  $\dot{U} = (220 \angle 0^\circ)\text{V}$ , 因  $\omega = 2\pi f = 314$ , 故  $f = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50\text{Hz}$ 。

$$(1) X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \times 318} = 10\Omega$$

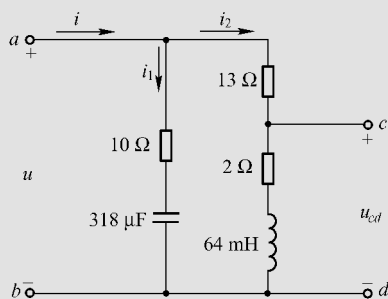


图 4-46 并联 RLC 电路



$$X_L = \omega L = 314 \times 64 \times 10^{-3} = 20 \Omega$$

$$Y_1 = \frac{1}{10 - j10} = (0.05 + j0.05) \text{ S} = (0.0707 \angle 45.0^\circ) \text{ S}$$

$$Y_2 = \frac{1}{13 + 2 + j20} = (0.24 - j0.032) \text{ S} = (0.04 \angle -53.1^\circ) \text{ S}$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0.05 + j0.05 + 0.24 - j0.032 = (0.074 + j0.018) \text{ S} = (0.076 \angle 13.7^\circ) \text{ S}$$

所以

$$\dot{I} = \dot{U} Y = 220 \angle 0^\circ \times 0.076 \angle 13.7^\circ = (16.7 \angle 13.7^\circ) \text{ A}$$

对应

$$i = 16.7\sqrt{2} \sin(314t + 13.7^\circ) \text{ A}$$

$$(2) \quad \dot{I}_1 = \dot{U} Y_1 = 220 \angle 0^\circ \times 0.0707 \angle 45.0^\circ = (15.55 \angle 45.0^\circ) \text{ A}$$

对应

$$i_1 = 15.55\sqrt{2} \sin(314t + 45.0^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U} Y_2 = 220 \angle 0^\circ \times 0.04 \angle -53.1^\circ = (8.8 \angle -53.1^\circ) \text{ A}$$

对应

$$i_2 = 8.8\sqrt{2} \sin(314t - 53.1^\circ) \text{ A}$$

$$(3) \quad \dot{U}_{cd} = \dot{I}_2 Z_{cd} = 8.8 \angle -53.1^\circ \times (2 + j20) = 8.8 \angle -53.1^\circ \times 20.1 \angle 84.3^\circ = (177 \angle 31.2^\circ) \text{ V}$$

对应

$$u_{cd} = 177\sqrt{2} \sin(314t + 31.2^\circ) \text{ V}$$

(4) 用 Proteus 仿真。如图 4-47 所示的电路图是 RLC 并联电路 Proteus 仿真图，图中增加三个虚拟交流电流表和一个交流电压表是为了测量电流和电压。输入信号是有效值为 220V、初相角为 0° 的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令，将出现如图 4-47 所示的电路仿真结果图 1。

由图可见， $i = 16.7 \text{ A}$ ， $i_1 = 15.5 \text{ A}$ ， $i_2 = 8.75 \text{ A}$ ， $U_{cd} = 177 \text{ V}$ ，这和前面理论计算值  $i$ 、 $i_1$ 、 $i_2$ 、 $u_{cd}$  的有效值很接近。

从前面的例子，我们看到 Proteus 软件用来仿真交流电路，交流信号的有效值相对于理论计算值可以较准地显示出来，而交流信号的相位却反映不出来。但在本例中， $u_{cd}$  的电压幅值和相位相对于输入的电压信号却可以定性地反映出来。如图 4-48 所示的是 RLC 并联电路 Proteus 仿真结果图 2，这是用 Proteus 图形仿真的结果。由图可见，图中黄线  $u_1$  就是原输入的有效值为 220V、初相角为 0° 的 50Hz 交流信号，绿线  $u_2$  就是输出的  $u_{cd}$  电压信号。 $u_{cd}$  的幅度比输入信号低（原输入的峰值为  $220\sqrt{2} = 311 \text{ V}$ ），大约是  $177\sqrt{2} = 250 \text{ V}$ 。 $u_{cd}$  的相位比输入信号的滞后 31.2°，从图形上看也是这样。

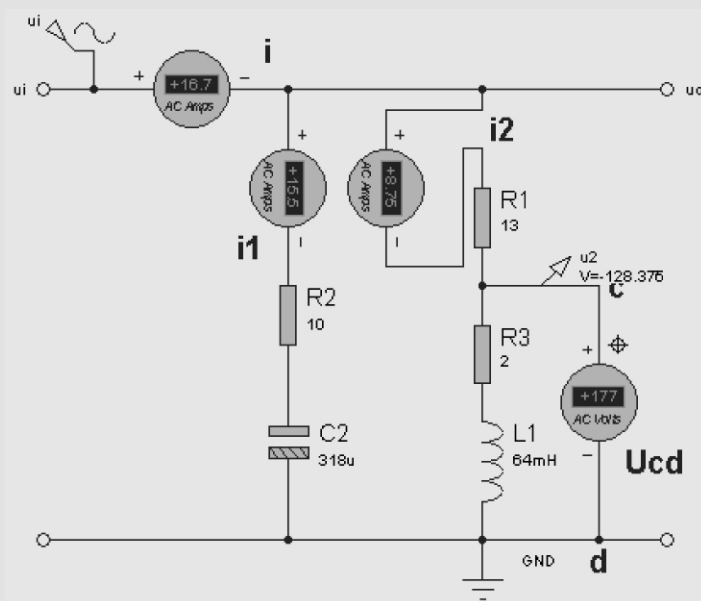


图 4-47 RLC 并联电路 Proteus 仿真结果图 1

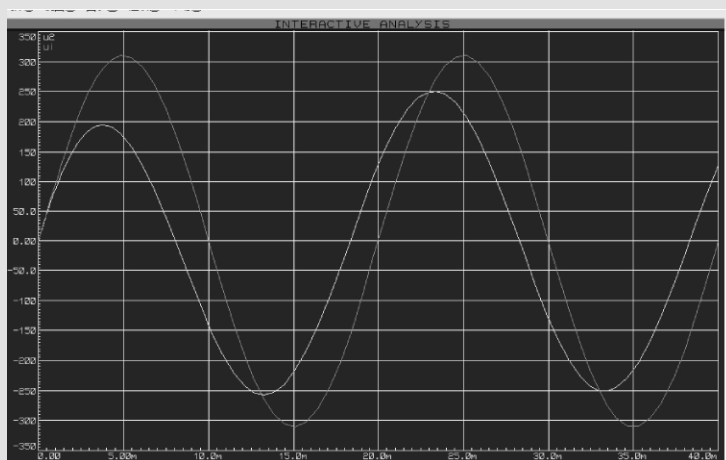


图 4-48 RLC 并联电路 Proteus 仿真结果图 2

由此可以得出结论, Proteus 软件用来仿真交流电路, 交流信号的有效值相对于理论计算值可以较准地测量出来。在某些特定的情况下, 交流信号的相位也可以定性地反映出来。



## 4.8 电阻、电感、电容串并联的电路

电阻、电感、电容纯粹的串联电路和纯粹的并联电路都不多, 工程上遇到的大多是串并联

都有的混联电路。对这种电路的分析方法仍然是阻抗法和导纳法。当并联电路等于或大于三支电路时，用导纳法，其余电路均用阻抗法。以下是分析和计算这种混联电路的两个例子。

**【例 4-19】** 在如图 4-49 所示的串并联 RLC 电路中，已知  $R_1 = 100\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$ ,  $R_3 = 50\Omega$ ,  $C_1 = 10\mu\text{F}$ ,  $L_3 = 50\text{mH}$ ,  $U = 100\text{V}$ ,  $\omega = 1000\text{rad/s}$ ，试求：(1) 各支路电流  $i_1$ 、 $i_2$  和  $i_3$ ；(2) 电压  $u_1$  和  $u_2$ ；(3) 用 Proteus 仿真。

解：由已知条件，知  $\dot{U} = (100 \angle 0^\circ) \text{V}$ 。

$$(1) \quad X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{1000 \times 10 \times 10^{-6}} = 100\Omega$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 1000 \times 50 \times 10^{-3} = 50\Omega$$

电路的等效复阻抗为

$$Z_1 = R_1 - jX_{C1}, Z_2 = \frac{R_2(R_3 + jX_{L3})}{R_2 + R_3 + jX_{L3}}$$

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + Z_2 = R_1 - jX_{C1} + \frac{R_2(R_3 + jX_{L3})}{R_2 + R_3 + jX_{L3}} = 100 - j100 + \frac{100(50 + j50)}{100 + 50 + j50} \\ &= (140 - j80) \Omega = (161.2 \angle -29.7^\circ) \Omega \end{aligned}$$

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{161.2 \angle -29.7^\circ} = (0.62 \angle 29.7^\circ) \text{A}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_2 &= \dot{i}_1 \frac{R_3 + jX_{L3}}{R_2 + R_3 + jX_{L3}} = 0.62 \angle 29.7^\circ \times \frac{50 + j50}{100 + 50 + j50} \\ &= 0.62 \angle 29.7^\circ \times 0.447 \angle 26.6^\circ = (0.28 \angle 56.3^\circ) \text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_3 &= \dot{i}_1 - \dot{i}_2 = 0.62 \angle 29.7^\circ - 0.28 \angle 56.3^\circ \\ &= 0.538 + j0.307 - 0.155 - j0.233 = (0.383 + j0.074) \text{A} = (0.39 \angle 10.9^\circ) \text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \dot{U}_1 &= \dot{i}_1 Z_1 = (0.62 \angle 29.7^\circ) \times (100 - j100) \\ &= 0.62 \angle 29.7^\circ \times 141.4 \angle -45.0^\circ = (87.7 \angle -15.3^\circ) \text{V} \\ \dot{U}_2 &= \dot{i}_2 Z_2 = (0.62 \angle 29.7^\circ) \times \frac{100(50 + j50)}{100 + 50 + j50} \\ &= 0.62 \angle 29.7^\circ \times 44.7 \angle 26.6^\circ = (27.7 \angle 56.3^\circ) \text{V} \end{aligned}$$

$\dot{U}_2$  的另一种算法是用输入电压  $\dot{U}$  减去  $\dot{U}_1$ ，即

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U} - \dot{U}_1 = 100 \angle 0^\circ - 87.7 \angle -15.3^\circ = 100 - 84.6 + j23.1 = (15.4 + j23.1) \text{V} \\ &= (27.8 \angle 56.3^\circ) \text{V} \end{aligned}$$

(3) 用 Proteus 仿真。如图 4-50 所示的电路是 RLC 串并联电路 Proteus 仿真图，图中增加三个虚拟交流电流表和两个交流电压表是为了测量电流和电压。因  $\omega = 2\pi f = 1000$ ,  $f = \frac{1000}{2 \times 3.14} = 159\text{Hz}$ 。故输入信号是有效值为  $100\text{V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $159\text{Hz}$  交流信号。执行开始仿真命令，将出现如图 4-50 所示的 RLC 串并联电路仿真结果图 1。

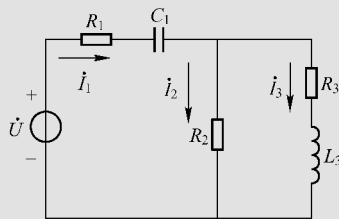


图 4-49 串并联 RLC 电路

由图可见,  $I_1 = 0.62\text{A}$ ,  $I_2 = 0.28\text{A}$ ,  $I_3 = 0.39\text{A}$ ,  $U_1 = 87.2\text{V}$ ,  $U_2 = 28.0\text{V}$ , 这 and 前面理论计算值  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 、 $u_1$ 、 $u_2$  的有效值很接近。

图 4-51 所示是 RLC 串并联电路 Proteus 仿真结果图 2, 这是用 Proteus 图形仿真的结果。由图可见, 图中黄线  $u_1$  就是原输入的有效值为  $100\text{V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $159\text{Hz}$  交流信号, 绿线  $u_2$  就是输出电压信号。 $u_2$  的幅度比输入信号低, 大约  $U_2 = 28.0\text{V}$ 。 $u_2$  的相位比输入信号的滞后  $56.3^\circ$ , 从图形上看也大致是这样。

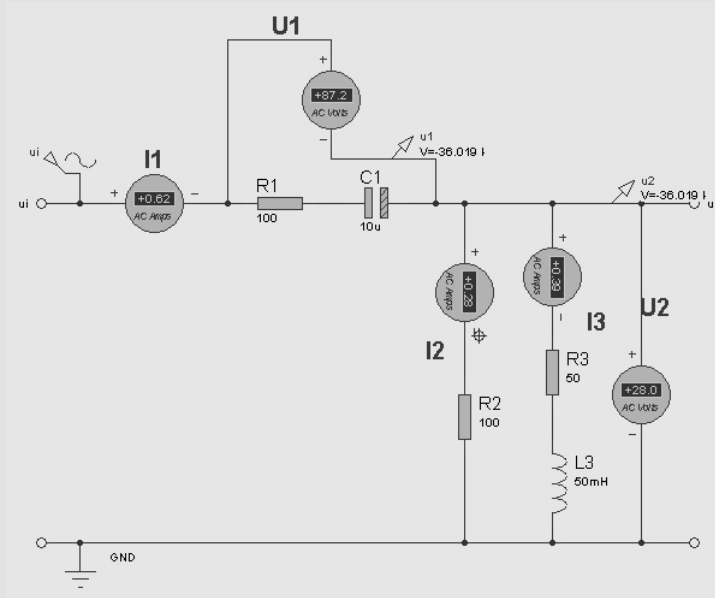


图 4-50 RLC 串并联电路仿真结果图 1

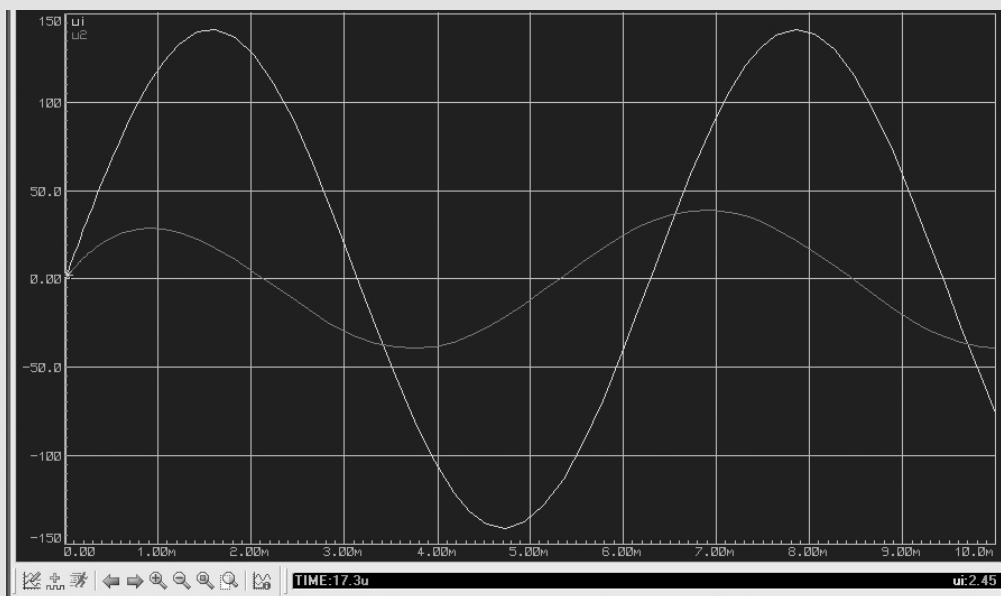


图 4-51 RLC 串并联电路仿真结果图 2

**【例 4-20】** 在如图 4-52 所示的 RLC 电路中, 已知  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 8\Omega$ ,  $C_1 = 2\text{mF}$ ,  $C_2 = 10\text{mF}$ ,  $L_1 = 200\text{mH}$ ,  $U = 100\text{V}$ ,  $\omega = 50\text{rad/s}$ , 试求: (1) 各支路电流  $i_1$ 、 $i_2$  和  $i_3$  及  $a-b$  间电压  $u_1$ 、 $b-d$  间电压  $u_2$  和  $c-d$  间电压  $u_3$ ; (2) 用 Proteus 仿真。

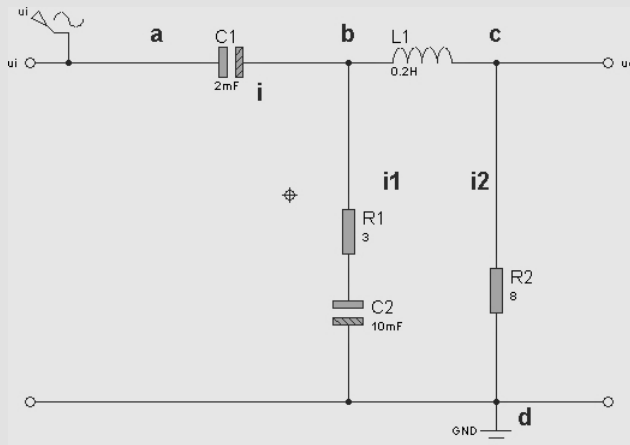


图 4-52 串并联 RLC 电路

解: 由已知条件, 知  $\dot{U} = (100 \angle 0^\circ) \text{ V}$ 。

(1) 令  $Z_1 = C_1$  的阻抗,  $Z_2 = R_1$  和  $C_2$  的阻抗,  $Z_3 = R_2$  和  $L_1$  的阻抗, 则

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{50 \times 2 \times 10^{-3}} = 10\Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{50 \times 10 \times 10^{-3}} = 2\Omega$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 50 \times 200 \times 10^{-3} = 10\Omega$$

$$Z_1 = -jX_{C1} = (-j10)\Omega, Z_2 = R_1 - jX_{C2} = (3 - j2)\Omega, Z_3 = R_2 + jX_{L1} = (8 + j10)\Omega$$

电路的等效总复阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + Z_2 \parallel Z_3 = -j10 + \frac{(3 - j2)(8 + j10)}{(3 - j2) + (8 + j10)} = -j10 + \frac{(44 + j14)(11 - j8)}{11^2 + 8^2} \\ &= -j10 + 3.22 - j1.07 = (3.22 - j11.07)\Omega = (11.53 \angle -73.82^\circ)\Omega \end{aligned}$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{11.53 \angle -73.82^\circ} = (8.7 \angle 73.82^\circ) \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{i} Z_1 = 8.7 \angle 73.82^\circ \times -j10 \\ &= 8.7 \angle 73.82^\circ \times 10 \angle 90.0^\circ = (87.0 \angle -16.2^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{i} (Z_2 \parallel Z_3) = (8.7 \angle 73.82^\circ) \times (3.22 - j1.07) \\ &= 8.7 \angle 78.82^\circ \times 3.4 \angle -18.4^\circ = (29.58 \angle 55.42^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{29.58 \angle 55.42^\circ}{3 - j2} = \frac{29.58 \angle 55.42^\circ}{3.6 \angle -33.7^\circ} = (8.22 \angle 89.12^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_3} = \frac{29.58 \angle 55.42^\circ}{8 + j10} = \frac{29.58 \angle 55.42^\circ}{12.8 \angle 51.4^\circ} = (2.31 \angle 4.02^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_2 R_2 = 2.31 \angle 4.02^\circ \times 8 \angle 0.0^\circ = (18.48 \angle 4.02^\circ) \text{ V}$$

(2) 用 Proteus 仿真。如图 4-53 所示的电路是 RLC 串并联电路 Proteus 仿真图, 图中增加三个虚拟交流电流表和三个交流电压表是为了测量电流和电压。因  $\omega = 2\pi f = 50$ ,  $f = \frac{50}{2 \times 3.14} \approx 7.96 \text{ Hz}$ 。故输入信号是有效值为 100V、初相角为  $0^\circ$  的 7.96Hz 交流信号。执行开始仿真命令, 将出现如图 4-53 所示的 RLC 串并联电路仿真结果图。

由图可见,  $I = 8.74 \text{ A}$ ,  $I_1 = 8.05 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2.37 \text{ A}$ ,  $U_1 = 86.8 \text{ V}$ ,  $U_2 = 30.4 \text{ V}$ ,  $U_3 = 19.0 \text{ V}$ , 这和前面理论计算值  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 、 $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$  的有效值很接近。

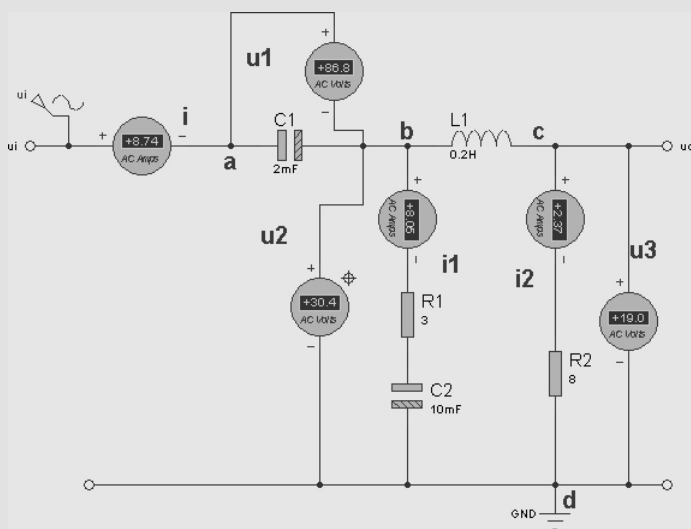


图 4-53 RLC 串并联电路仿真结果图



## 4.9 用相量法分析复杂正弦交流电路

复杂正弦交流电路和简单正弦交流电路并无明显分界。通常把电路中只有一个交流电压源兼有一两个电流回路的称为简单正弦交流电路。而把包含两个及两个以上交流电压源和兼有两个及两个以上电流回路的电路称为复杂正弦交流电路。分析简单正弦交流电路可以用交流电欧姆定律, 分析复杂正弦交流电路则必须兼用交流电路的基尔霍夫电压和电流定律。

和分析复杂直流电路一样, 分析复杂交流电路也要使用支路电流法、节点电压法、网孔电流法和戴维南定理等方法。所不同的是, 电压和电流应以相量表示, 电阻、电感、电容及其组成的电路用复阻抗表示。

## 1. 用支路电流法分析正弦交流电路

【例 4-21】在如图 4-54 所示的电路中, 已知  $\dot{U}_1 = (230 \angle 0^\circ) \text{ V}$ ,  $\dot{U}_2 = (227 \angle 0^\circ) \text{ V}$ ,  $Z_1 = (0.1 + \text{j}0.5) \Omega$ ,  $Z_2 = (0.1 + \text{j}0.5) \Omega$ ,  $Z_3 = (5 + \text{j}5) \Omega$ 。试用支路电流法求  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I_3$ 。

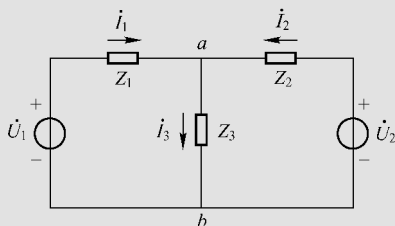


图 4-54 例 4-21 的电路图

解: 应用基尔霍夫电流定律和电压定律, 可以列出下列相量表示方程式

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_1$$

$$Z_2 \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_2$$

将已知数据代入, 即得

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$(0.1 + \text{j}0.5) \dot{I}_1 + (5 + \text{j}5) \dot{I}_3 = 230 \angle 0^\circ$$

$$(0.1 + \text{j}0.5) \dot{I}_2 + (5 + \text{j}5) \dot{I}_3 = 227 \angle 0^\circ$$

这是一个复系数三元一次线性方程组。写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0.1 + \text{j}0.5 & 0 & 5 + \text{j}5 \\ 0 & 0.1 + \text{j}0.5 & 5 + \text{j}5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 230 \\ 227 \end{pmatrix}$$

用 MATLAB 解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 11.45 - \text{j}14.19 = 18.2 \angle -51.0^\circ \\ \dot{I}_2 = 10.30 - \text{j}8.42 = 13.3 \angle -39.3^\circ \\ \dot{I}_3 = 21.75 - \text{j}22.61 = 31.36 \angle -46.1^\circ \end{cases}$$

所以

$$I_1 = 18.2 \text{ A}, \quad I_2 = 13.3 \text{ A}, \quad I_3 = 31.3 \text{ A}$$

## 2. 用节点电压法分析正弦交流电路

**【例 4-22】** 在如图 4-54 所示的电路中, 已知数据同例 4-21, 试用节点电压法求  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I_3$ 。

解: 设各支路电流  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$  的参考方向如图所示, 并设  $b$  点为参考点。

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{0.1 + j0.5} = (0.385 - j1.9) \text{ S} = (1.96 \angle -78.7^\circ) \text{ S}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{0.1 + j0.5} = (0.385 - j1.9) \text{ S} = (1.96 \angle -78.7^\circ) \text{ S}$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{5 + j5} = (0.1 - j0.1) \text{ S} = (0.1414 \angle -45.0^\circ) \text{ S}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \frac{\dot{U}_1 Y_1 + \dot{U}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{230 \times (0.385 - j1.9) + 227 \times (0.385 - j1.9)}{(0.385 - j1.9) + (0.385 - j1.9) + (0.1 - j0.1)} \\ &= \frac{175.9 - j858.3}{0.87 - j3.9} = (221.7 - j4.3) \text{ V} = (221.7 \angle -1.12^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

各支路电流为

$$\dot{I}_1 = (\dot{U}_1 - \dot{U}_{ab}) Y_1 = (230 - 221.7 + j4.3) \times (1.96 \angle -78.7^\circ) = (18.3 \angle 51.3^\circ) \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= (\dot{U}_2 - \dot{U}_{ab}) Y_2 = (227 - 221.7 + j4.3) \times (1.96 \angle -78.7^\circ) \\ &= (5.3 + j4.3) \times (1.96 \angle -78.7^\circ) \\ &= 6.83 \angle 39.1^\circ \times 1.96 \angle -78.7^\circ = (13.3 \angle -39.6^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_{ab} Y_3 = 221.7 \angle -1.12^\circ \times 0.1414 \angle -45.0^\circ = (31.3 \angle -46.1^\circ) \text{ A}$$

所以

$$I_1 = 18.3 \text{ A}, \quad I_2 = 13.3 \text{ A}, \quad I_3 = 31.3 \text{ A}$$

## 3. 用戴维南定理分析正弦交流电路

**【例 4-23】** 应用戴维南定理计算上例中的电流  $\dot{I}_3$ 。

解: 图 4-54 的电路可化为图 4-55 所示的等效电路。等效电源的电压  $\dot{U}_0$  可由图 4-56

(a) 求得,  $\dot{I} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{Z_1 + Z_2}$ , 而  $\dot{U}_0 = \dot{I} \cdot Z_2 + \dot{U}_2$  或  $\dot{U}_0 = \dot{U}_1 - \dot{I} \cdot Z_1$ 。

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{Z_1 + Z_2} \cdot Z_2 + \dot{U}_2 = \frac{230 \angle 0.0^\circ - 227 \angle 0.0^\circ}{2(0.1 + j0.5)} \times (0.1 + j0.5) + 227 \angle 0.0^\circ \\ &= (228.85 \angle 0.0^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

等效电源的内阻抗  $Z_0$  可由图 4-56 (b) 求得



$$Z_0 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1}{2} = \frac{0.1 + j0.5}{2} = (0.05 + j0.25) \Omega$$

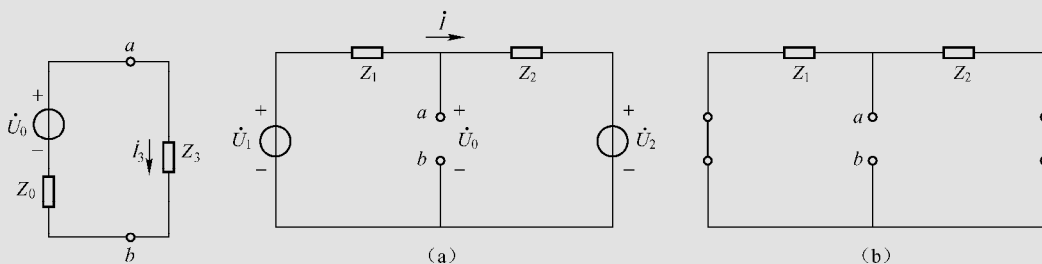


图 4-55 图 4-54 所示  
电路的等效电路

图 4-56 计算等效电源的  $\dot{U}_0$  和  $Z_0$  的电路

然后由图 4-55 求得

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_0}{Z_0 + Z_3} = \frac{228.85 \angle 0^\circ}{(0.05 + j0.25) + (5 + j5)} = (31.3 \angle -46.1^\circ) \text{ A}$$

**【例 4-24】** 以上三例用不同的方法解答了同一道题（用戴维南定理求解例只给出  $\dot{I}_3$ ）。现在我们用 Proteus 对它仿真一下。

**解：** 如图 4-57 所示的电路是图 4-54 所示电路的 Proteus 仿真图，图中增加三个虚拟交流电流表。由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆（ $\Omega$ ）表示的电感量和电容量，我们把它恢复成原来用 H（或 mH）和 F（或  $\mu\text{F}$ ）表示的形式。

$$\text{由 } X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ 有 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}$$

把  $X_{L1} = X_{L2} = 0.5\Omega$ ,  $X_{L3} = 5\Omega$  代入上式，可求得

$$L_1 = L_2 = 1.6\text{mH}, \quad L_3 = 15.9\text{mH}$$

输入信号  $\dot{U}_1$  是有效值为 230V、初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号；输入信号  $\dot{U}_2$  是有效值为 227V、初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号。执行开始仿真命令，将出现如图 4-57 所示的电路仿真结果图。由图可见， $I_1 = 18.2\text{A}$ ， $I_2 = 13.3\text{A}$ ， $I_3 = 31.3\text{A}$ 。这和前面三种方法算出的  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$  的有效值是很接近的。

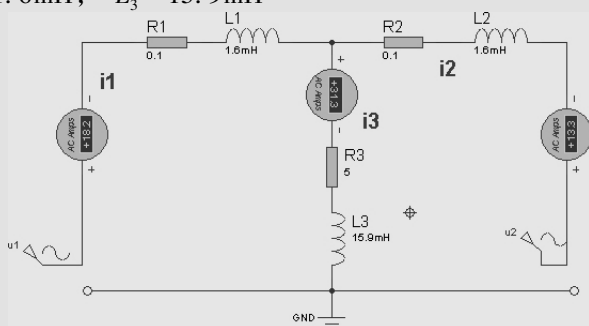


图 4-57 图 4-54 所示电路的  
Proteus 仿真结果图

【例 4-25】在如图 4-58 所示的电路中, 已知  $\dot{U}_1 = (30 \angle 20^\circ) \text{ V}$ ,  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $L_1 = (j4) \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $L_2 = (j2) \Omega$ ,  $R_3 = 2 \Omega$ ,  $L_3 = (j1) \Omega$ ,  $C_1 = (-j6) \Omega$ 。试用支路电流法、节点电压法和网孔电流法求  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I_3$ , 并用 Proteus 软件对电路仿真。

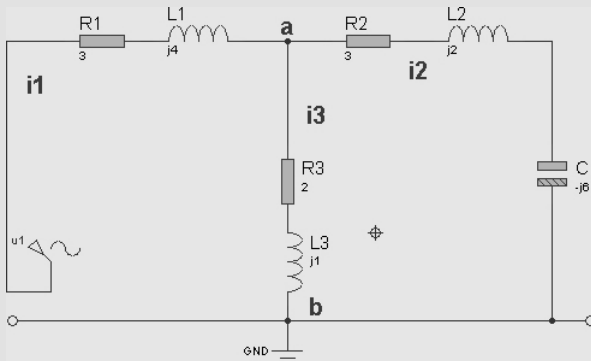


图 4-58 例 4-25 的电路图

解: 令  $Z_1 = R_1 + jX_{L1}$ ,  $Z_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C1})$ ,  $Z_3 = R_3 + jX_{L3}$ 。

(1) 支路电流法: 应用基尔霍夫电流定律和电压定律, 可以列出下列相量表示方程式

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_1$$

$$Z_2 \dot{I}_2 - Z_3 \dot{I}_3 = 0$$

将已知数据代入, 即得

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$(3 + j4) \dot{I}_1 + (2 + j) \dot{I}_3 = 28.2 + j10.26$$

$$[3 + j(2 - 6)] \dot{I}_2 - (2 + j) \dot{I}_3 = 0$$

上式中, 统一使用复数代数式, 极坐标式  $\dot{U}_1 = 30 \angle 20^\circ$  已被代数式  $\dot{U}_1 = 28.2 + j10.26$  代替。这是一个复系数三元一次线性方程组, 写成矩阵方程的形式为

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 + j4 & 0 & 2 + j \\ 0 & 3 - j4 & -2 - j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 28.2 + j10.26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

用 MATLAB 解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 4.38 - j1.6 = 4.67 \angle -20.2^\circ \\ \dot{I}_2 = 1.4 + j1.09 = 1.79 \angle 37.3^\circ \\ \dot{I}_3 = 2.96 - j2.7 = 4.0 \angle -42.3^\circ \end{cases}$$

所以

$$I_1 = 4.67 \text{ A}, I_2 = 1.79 \text{ A}, I_3 = 4.0 \text{ A}$$

(2) 节点电压法。

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{3 + j4} = (0.12 - j0.16) \text{ S} = (0.2 \angle -53.2^\circ) \text{ S}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{3 - j4} = (0.12 + j0.16) \text{ S} = (0.2 \angle 53.2^\circ) \text{ S}$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{2 + j} = (0.4 - j0.2) \text{ S} = (0.45 \angle -26.6^\circ) \text{ S}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \frac{\dot{U}_1 Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{30 \angle 20^\circ \times 0.2 \angle -53.2^\circ}{(0.12 - j0.16) + (0.12 + j0.16) + (0.4 - j0.2)} = \frac{5 \angle -33.2^\circ}{0.64 - j0.2} \\ &= (8.62 - j2.44) \text{ V} = (8.96 \angle -15.8^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

各支路电流为

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= (\dot{U}_1 - \dot{U}_{ab}) Y_1 = [(28.2 + j10.26) - (8.62 - j2.44)] \times (0.2 \angle -53.2^\circ) \\ &= (4.67 \angle -20.2^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{ab} Y_2 = 8.96 \angle -15.8^\circ \times 0.2 \angle 53.2^\circ = (1.79 \angle 37.4^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_{ab} Y_3 = 8.96 \angle -15.8^\circ \times 0.45 \angle -26.6^\circ = (4.03 \angle -42.4^\circ) \text{ A}$$

所以

$$I_1 = 4.67 \text{ A}, I_2 = 1.79 \text{ A}, I_3 = 4.0 \text{ A}$$

(3) 网孔电流法。图 4-59 所示的是增加了网孔电流  $I_a$  和  $I_b$  的例 4-25 的电路图。左边网孔为网孔 1，右边网孔为网孔 2，网孔 1 和 2 的电流分别为  $I_a$  和  $I_b$ ，参考方向如图所示。根据 KVL，有

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{U}_1$$

$$Z_2 \dot{I}_2 - Z_3 \dot{I}_3 = 0$$

将上两式中支路电流用网孔电流代替，可得

$$(Z_1 + Z_3) \dot{I}_a - Z_3 \dot{I}_b = \dot{U}_1$$

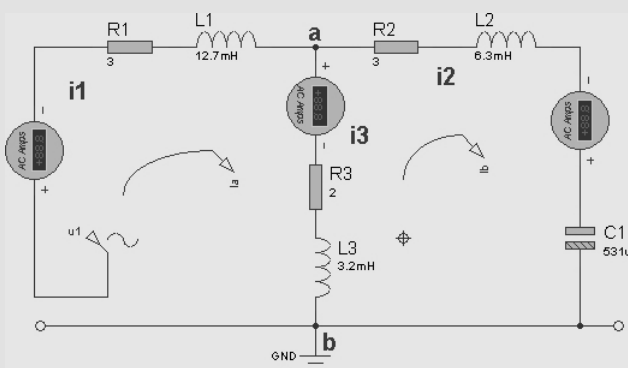
$$-Z_3 \dot{I}_a + (Z_2 + Z_3) \dot{I}_b = 0$$

将已知数据代入，即得

$$\begin{cases} (5 + j5) \dot{I}_a - (2 + j) \dot{I}_b = 28.2 + j10.26 \\ (-2 - j) \dot{I}_a + (5 - j3) \dot{I}_b = 0 \end{cases}$$

上式中，极坐标式  $\dot{U}_1 = 30 \angle 20^\circ$  已被代数式  $\dot{U}_1 = 28.2 + j10.26$  代替。这是一个复系数二元一次线性方程组，写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} 5 + j5 & -2 - j \\ -2 - j & 5 - j3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28.2 + j10.26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

图 4-59 增加了网孔电流  $I_a$  和  $I_b$  的例 4-25 电路图

**【解法 1】** 手工解法。应用解线性方程组的克莱姆法则，有  $\Delta = \begin{vmatrix} 5+j5 & -2-j \\ -2-j & 5-j3 \end{vmatrix} = (5+j5)(5-j3) - (-2-j)^2 = 37+6j$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 28.2 + j10.26 & -2-j \\ 0 & 5-j3 \end{vmatrix} = (28.2 + j10.26)(5-j3) = 171.78 - 33.3j$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5+j5 & 28.2 + j10.26 \\ -2-j & 0 \end{vmatrix} = (28.2 + j10.26)(-2-j) = 46.14 + 48.72j$$

$$\dot{I}_a = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{171.78 - 33.3j}{37 + 6j} = 4.38 - 1.6j = 4.67 \angle -20.2^\circ$$

$$\dot{I}_b = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{46.14 + 48.72j}{37 + 6j} = 1.42 + 1.09j = 1.79 \angle -37.3^\circ$$

即

$$\begin{cases} \dot{I}_a = (4.67 \angle -20.2^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_b = (1.79 \angle -37.3^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

**【解法 2】** 用 MATLAB 程序解法。解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_a = 4.38 - j1.61 = (4.67 \angle -20.2^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_b = 1.42 + j1.086 = (1.79 \angle 37.3^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

**【解法 3】** 用 C 语言程序解法。解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_a = 4.38 - j1.61 = (4.67 \angle -20.2^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_b = 1.42 - j1.086 = (1.79 \angle -37.3^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

而

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_a = (4.67 \angle -20.2^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_b = (1.79 \angle 37.3^\circ) \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_3 &= \dot{I}_a - \dot{I}_b = (4.3815 - j1.6105) - (1.4231 + j1.086) = 2.9584 - j2.6965 \\ &= (4.0 \angle -42.3^\circ) \text{ A}\end{aligned}$$

所以

$$I_1 = 4.67 \text{ A}, \quad I_2 = 1.79 \text{ A}, \quad I_3 = 4.0 \text{ A}$$

附注：欲了解以上线性方程组解法 2、3 的详情，请参看本书附录 B 和 C。

(4) 用 Proteus 仿真。由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容容量，我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由 } X_C = \frac{1}{2\pi fC}, \text{ 有 } C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

$$\text{由 } X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ 有 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}$$

把  $X_{L1} = 4\Omega$ ,  $X_{L2} = 2\Omega$ ,  $X_{L3} = 1\Omega$ ,  $X_{C1} = 6\Omega$  分别代入上式，可求得

$$L_1 = 12.7 \text{ mH}, \quad L_2 = 6.3 \text{ mH}, \quad L_3 = 3.2 \text{ mH}, \quad C_1 = 531 \mu\text{F}$$

输入信号  $\dot{U}_1$  是有效值为 30V、初相角为  $20^\circ$  的 50Hz 交流信号，执行开始仿真命令，将出现如图 4-60 所示的电路仿真结果图。由图可见， $i_1 = 4.67 \text{ A}$ ,  $i_2 = 1.79 \text{ A}$ ,  $i_3 = 4.0 \text{ A}$ 。

这和前面用三种方法算出的  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$  的有效值是一致的。

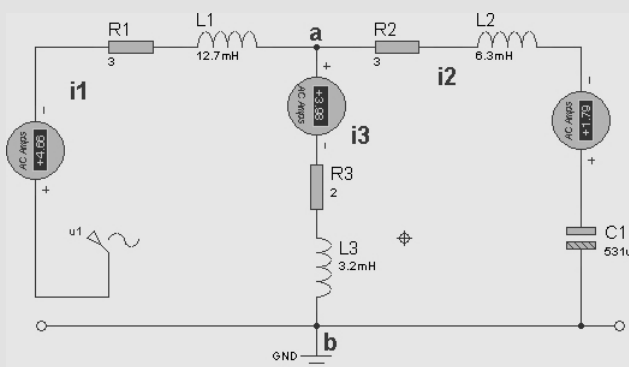


图 4-60 例 4-25 的电路仿真结果图



## 4.10 功率因数的提高

### 1. 提高功率因数 (power factor) 的意义

直流电路的功率等于电流与电压的乘积。但在交流电路中，负载从电源接受的有功功率为

$$P = UI \cos \varphi$$

可见有功功率  $P$  与功率因数  $\cos \varphi$  有关。只有电阻性负载 (如白炽灯、电热器等)，功率因数  $\cos \varphi$  才为 1。日常生活中很多负载为感性的，如发电机、电动机、日光灯电路等。功

率因数低将会引起如下两个问题: (1) 电源设备的容量不能得到充分的利用; (2) 输电线路的损耗和压降增加。由于  $\cos\varphi \neq 1$  的电路中发生能量交换, 而  $\varphi$  越大,  $\cos\varphi$  越小, 对同容量的电路, 有功功率小, 无功功率就大, 电路中能量交换的规模也就大, 能量不能充分为负载所吸收。因此, 提出提高功率因数的问题。

功率因数: 
$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

在只有电感或电容元件的电路中,  $P=0$ ,  $S=Q$ ,  $\lambda=0$ ;

在只有电阻元件的电路中,  $Q=0$ ,  $S=P$ ,  $\lambda=1$ 。

## 2. 提高功率因数的方法

提高电路负载功率因数的最简便的方法是用电容器与感性负载并联。图 4-61 (a) 所示是一个感性负载并联电容器时的电路图, 对应的相量图如图 4-61 (b) 所示。

从图 4-61 (b) 可以看出, 感性负载未并联电容时, 流过感性负载的电流  $\dot{I}_1$  滞后端电压  $\dot{U}$  的角度为  $\varphi_1$ , 即此时电路的总电流  $\dot{I} = \dot{I}_1$  滞后端电压  $\dot{U}$  的角度也为  $\varphi_1$ , 即并联电容前, 电路的功率因数为  $\cos\varphi_1$ 。

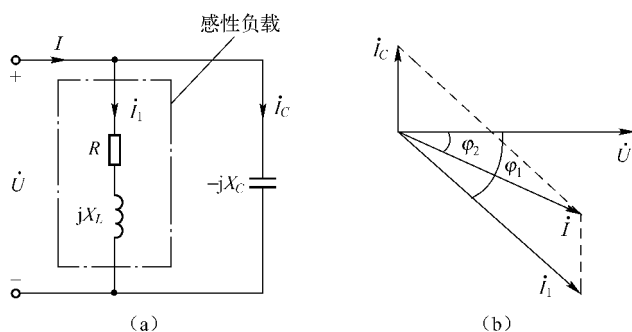


图 4-61 提高功率因数的方法

并联电容后, 端电压  $\dot{U}$  和流过感性负载的电流  $\dot{I}_1$  均未变化, 但电容支路有电流  $\dot{I}_C$  超前端电压  $\dot{U}$  的角度为  $90^\circ$ , 此时电路的总电流  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_C$ , 总电流  $\dot{I}$  和端电压  $\dot{U}$  的相位差减小了 ( $\varphi_2 < \varphi_1$ ), 因此,  $\cos\varphi_2 > \cos\varphi_1$ , 也就是说并联电容后功率因数提高了。同时并联电容后, 线路上的  $I$  也减小了, 因而减小了线路的损耗和压降。

可以推出, 为提高功率因数需并接电容容量的计算公式为

$$C = \frac{P}{2\pi f U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) \quad (4-31)$$

上式中  $C$  即为把功率因数从  $\cos\varphi_1$  提高到  $\cos\varphi_2$  所需并接电容的电容值。  $P$  为感性负载有功功率,  $U$  是感性负载的端电压,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  分别是并联电容前和并联后的功率因数角。

**【例 4-26】** 荧光灯等效电路如图 4-62 所示, 灯管可等效为电阻元件  $R$ , 镇流器等效为电感  $L$ 。已知电源电压  $U = 220\text{V}$ , 频率  $f = 50\text{Hz}$ , 测得荧光灯灯管两端的电压  $U_R = 100\text{V}$ , 功率为  $P = 40\text{W}$ 。求: (1) 荧光灯的电流和功率因数; (2) 若要将功率因数提高

到  $\cos\varphi_2 = 0.9$  需要并联电容器的容量是多少? (3) 并联电容前后电源提供的电流各是多少? (4) 用 Proteus 仿真。

解: (1) 通过荧光灯灯管的电流为

$$I_1 = \frac{P}{U_R} = \frac{40}{100} = 0.4 \text{ A}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{P}{UI_1} = \frac{U}{U_R} = \frac{100}{200} = 0.455$$

$$(2) \quad \cos\varphi_1 = 0.455, \quad \varphi_1 = \arccos 0.455 = 63^\circ$$

$$\cos\varphi_2 = 0.9, \quad \varphi_2 = \arccos 0.9 = 25.84^\circ$$

要将功率因数提高到  $\cos\varphi_2 = 0.9$ , 需要并联电容器的容量是

$$C = \frac{P}{2\pi f U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) = \frac{40}{2\pi \times 50 \times 220^2} (\tan 63^\circ - \tan 25.84^\circ) = 3.88 \mu\text{F}$$

(3) 并联电容前, 流过荧光灯灯管的电流就是电源提供的电流即  $I_1 = 0.4 \text{ A}$ 。并联电容后, 电源提供的电流将减小为

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi_2} = \frac{40}{220 \times 0.9} = 0.202 \text{ A}$$

(4) 用 Proteus 仿真。如图 4-63 所示的电路图是本题电路并联电容后 Proteus 仿真图, 输入信号是有效值为 220V、初相角为  $0^\circ$  的 50Hz 交流信号。先把电容撤去, 执行开始仿真命令, 将出现如图 4-63 所示的荧光灯电路并联电容前 Proteus 仿真结果图。由图可见, 并联电容前, 流过荧光灯灯管的电流为 0.40A。并联电容, 再执行仿真命令, 将出现如图 4-64 所示的荧光灯电路并联电容后 Proteus 仿真结果图。由图可见, 并联电容后, 流过荧光灯灯管的电流为 0.20A。这和理论计算结果是完全一致的。

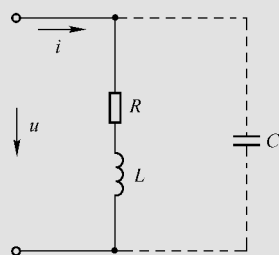


图 4-62 荧光灯等效电路

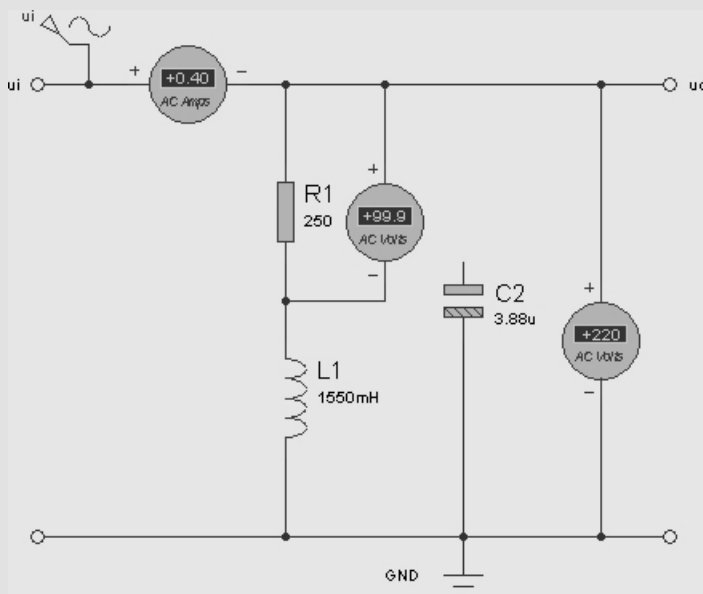
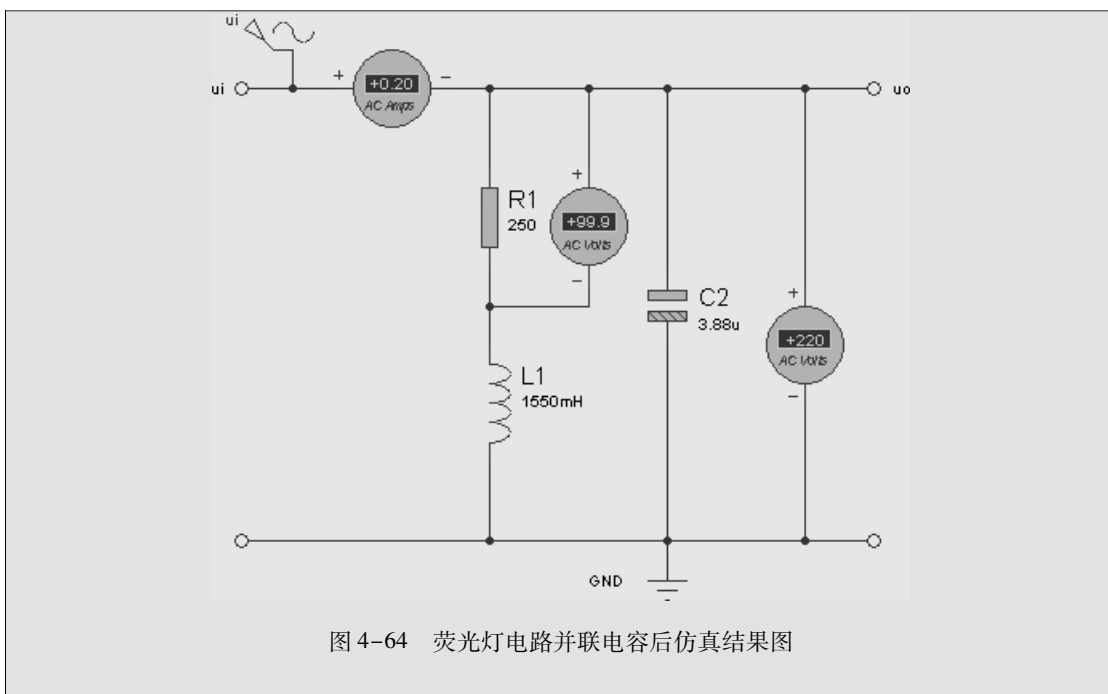


图 4-63 荧光灯电路并联电容前仿真结果图



## 4.11 小结

1. 幅值、频率和初相是正弦交流电的三要素。
2. 正弦交流电主要有瞬时表达式、波形图和相量表示法三种形式。相量表示法利用复数的运算方法对正弦交流电进行分析和运算。
3. 电阻电路电压与电流同相，电感电路电压超前电流  $90^\circ$ ，电容电路电压滞后电流  $90^\circ$ 。电阻为耗能元件，电感、电容均为储能元件。利用相量图可得出 RLC 串联电路的阻抗三角形、电压三角形和功率三角形。
4. 用相量法分析 RLC 串联或并联电路时，有两种具体的分析方法：一种是阻抗法，另一种是导纳法。导纳法适用于具有三条支路以上的并联电路，阻抗法则适用于其他所有电路。
5. 相量法既可用来分析简单的正弦交流电路，也可用来分析复杂的正弦交流电路。分析直流电路时所用的支路电流法、节点电位法、网孔电流法及戴维南定理等均可用来分析复杂的正弦交流电路。
6. 交流电路中提高功率因数意义重大，提高功率因数的办法是在感性负载上并联适当大小的电容器。
7. Proteus 仿真软件可用于单相正弦交流电路的分析，对交流电路的电流或电压的有效值可以准确测量出来，对电流或电压的位相角一般测不出来。只有在使用 Proteus 图形仿真时，才能将电压的位相角粗略地（定性）测出来。



## 第5章 谐振电路

谐振实际上是一种共振,共振现象在物理学的各个分支都存在。如力学上的机械共振、声学上的共振音箱、光学上的激光共振腔、核物理上的核磁共振,在电学上就是谐振。谐振在电工和无线电技术中有着非常广泛的应用。比如,普通收音机中的调台,用的就是谐振电路原理。

所谓谐振,是指在含有电容和电感的电路中,当调节电路的参数或电源的频率,使电路的总电压和总电流相位相同时,整个电路的负载呈电阻性。这时电路就发生了谐振。谐振分为串联谐振和并联谐振。



### 5.1 串联谐振

#### 1. 串联谐振的条件

由电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  串联组成的谐振电路称为串联谐振电路,如图 5-1 所示。根据交流电路的欧姆定律,电压源电压  $\dot{U}$  与电路的电流  $\dot{i}$  之间的关系为

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (5-1)$$

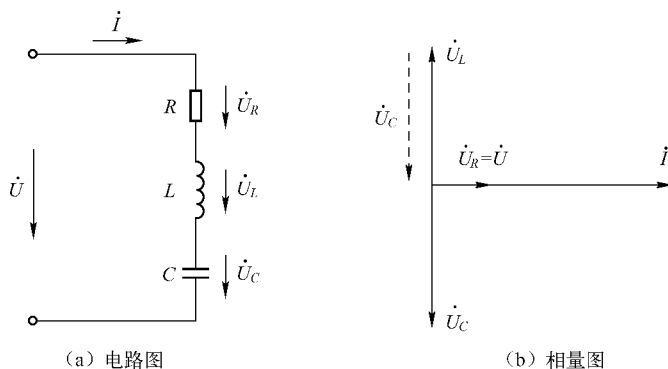


图 5-1 电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  串联组成的串联谐振电路

$Z$  为该电路的复阻抗。

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C) = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

式中,  $X = \omega L - 1/\omega C$ 。故得  $Z$  的模与辐角分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5-2)$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R} = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (5-3)$$

由式 (5-2)、式 (5-3) 可见, 当  $X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$  时, 即有  $\varphi = 0^\circ$ 。

在 RLC 串联电路中,  $\dot{i}$  与  $\dot{U}$  同相, 此时电路产生串联谐振 (series resonance)。因此, 串联电路发生谐振的条件为

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

由电路发生谐振的条件可得谐振时的角频率为

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5-4)$$

电路的谐振频率则为

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5-5)$$

因为谐振时的角频率  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , 所以谐振时的感抗和容抗分别为

$$X_{L0} = \omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (5-6)$$

$$X_{C0} = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (5-7)$$

也就是说, 谐振时的感抗和容抗相等并等于电路的特性阻抗 (characteristic impedance)。特性阻抗用  $\rho$  表示, 单位是  $\Omega$ 。

在分析谐振电路时, 常用品质因数 (quality factor) 来衡量谐振电路的性质。品质因数用  $Q$  表示, 定义  $Q$  为特性阻抗  $\rho$  和电路的总电阻  $R$  之比, 即

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0 C}{R} \quad (5-8)$$

在实际工程中,  $Q$  值一般在 10 ~ 500 之间。

## 2. 串联谐振的特点

(1) 电路的阻抗最小并呈电阻性, 根据阻抗三角形, 有

$$|Z_0| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

(2) 电路中的电流最大, 谐振时的电流为

$$I_0 = \frac{U}{|Z_0|} = \frac{U}{R} \quad (5-9)$$

(3) 谐振时 L 和 C 两端均可能出现高电压, 即

$$\begin{aligned} U_{L0} &= I_0 X_{L0} = QU \\ U_{C0} &= I_0 X_{C0} = QU \end{aligned} \quad (5-10)$$

可见当  $X_L = X_C \gg R$  时,  $U_L = U_C \gg U$ , 故串联谐振又称为电压谐振 (voltage resonance)。

(4) 谐振时电路中 L 和 C 两端的电压大小相等, 方向相反, 相互抵消, 故  $\dot{U} = \dot{U}_R$ 。

### 3. 串联谐振电路的谐振曲线

在串联谐振电路中, 当电压源的频率变化时, 电路中的电流、电压、阻抗都将随频率变化而变化, 这种变化称为频率特性。其中, 表明阻抗和频率关系的曲线称为频率特性曲线; 表明电流、电压和频率关系的曲线称为谐振曲线。

1) 频率特性曲线 图 5-1 所示串联谐振电路的复阻抗为

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = |Z| \angle \varphi$$

阻抗的幅频特性和相频特性分别为

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5-11)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{X}{R} = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (5-12)$$

相应幅频特性曲线和相频特性曲线如图 5-2 所示。由图可见, 当  $\omega = \omega_0$  时, 阻抗为纯电阻且阻抗值最小。

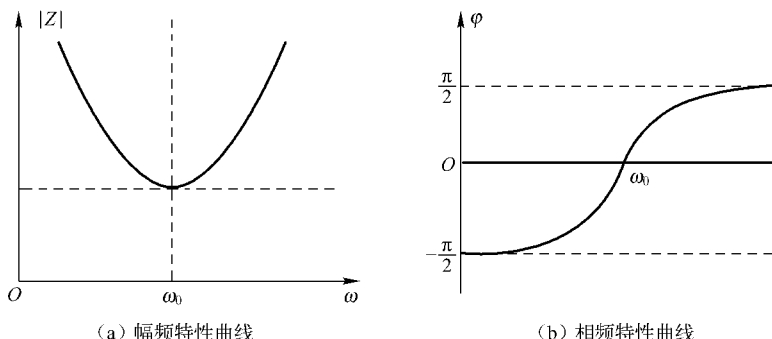


图 5-2 串联谐振电路的频率特性曲线

2) 电流谐振曲线 图 5-1 所示串联谐振电路的回路电流有效值为

$$I = \frac{U}{|Z|} \quad (5-13)$$

从式 (5-13) 和图 5-2 可以看出,  $|Z|$  随  $\omega$  变化, 导致回路电路有效值的大小也随  $\omega$  变化。串联谐振回路中电流有效值大小随电源频率变化的曲线称为串联谐振回路的电流幅频曲线, 又称电流谐振曲线。如图 5-3 所示即为 RLC 串联谐振电路的电流谐振曲线。从图 5-3 可以看出, 当  $\omega = \omega_0$  时, 回路电流达到最大值, 即  $I = I_0 = \frac{U}{R}$ 。当  $\omega$  偏离  $\omega_0$  时, 电流下降。

3) 通用电流谐振曲线 将式 (5-11) 代入式 (5-13), 得

$$I = \frac{U_s}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_s}{R \sqrt{1 + \left[\frac{\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

整理得

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}} \quad (5-14)$$

根据式 (5-14), 并以  $\omega/\omega_0$  为自变量, 以  $I/I_0$  为因变量, 以不同品质因数  $Q$  为参变量作出的谐振曲线称为通用电流谐振曲线, 如图 5-4 所示。由图 5-4 可以看出,  $Q$  值高曲线尖锐,  $Q$  值低曲线就平坦, 即曲线尖锐程度与  $Q$  值成正比。

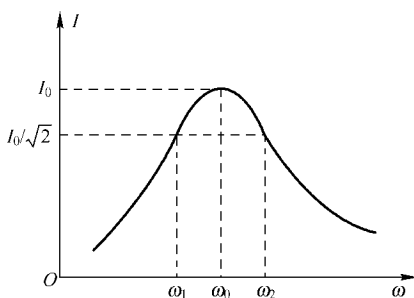


图 5-3 RLC 串联谐振电路的电流谐振曲线

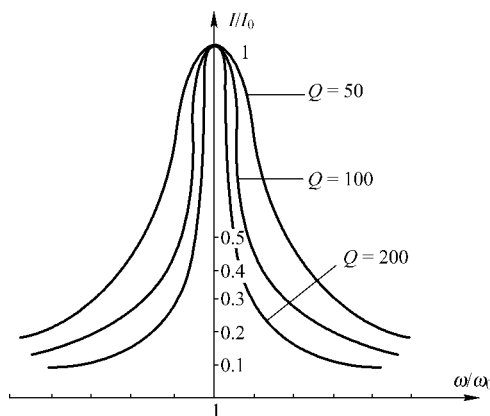


图 5-4 通用电流谐振曲线

#### 4. 串联谐振电路的选择性和通频带

**【串联谐振电路的选择性】** 谐振电路的选择性是用来描述电路选择有用信号能力的指标。收音机的调台就是体现谐振电路的选择性的例子。收音机的接收电路就是一个 RLC 串联电路, 而每一个 RLC 串联电路都有一个固有频率 (此频率可通过调节电容  $C$  的容量而改变), 当接收到的信号接近或等于固有频率时, 电路就会发生谐振, 使电路中的电流达到最大值。而那些离固有频率远的信号则不会被选择, 这样就达到从空中选择所需信号的目的。

**【电路的通频带】** 为了定量地衡量选择性, 常用通频带来说明谐振电路选择性的好坏。当电源的  $\omega$  (或  $f$ ) 变化时, 使电流  $I \leq 0.707I_0$  的频率范围称为电路的通频带 (pass-band), 并以  $B_W$  表示, 如图 5-3 所示。在图 5-3 中, 当  $I$  下降到  $I_0$  的  $1/\sqrt{2} \approx 0.707$  时的角频率分别为  $\omega_1$  和  $\omega_2$ , 对应的频率分别为  $f_1$  和  $f_2$ , 其中  $f_1$  称为下限截止频率,  $f_2$  称为上限截止频率。通频带

$$B_W = f_2 - f_1 = \Delta f \quad (5-15)$$

根据式 (5-14), 可推得

$$B_W = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (5-16)$$

可见, 通频带  $B_W$  与品质因数  $Q$  值成反比,  $Q$  值越大谐振曲线越尖锐, 通频带就越窄, 回路的选择性就越强。



## 5.2 并联谐振

### 1. 并联谐振的条件

由电感线圈和电容器相并联组成的谐振电路称为并联谐振电路,如图 5-5 所示。其中电感线圈用  $R$  和  $L$  的串联组合来表示,电容器用  $C$  来表示。根据交流电路的欧姆定律,电压源电压  $\dot{U}$  与电路的电流  $\dot{i}$  之间的关系为

$$\dot{U} = \dot{i} Z$$

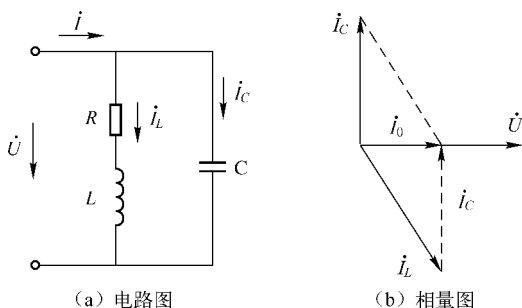


图 5-5 电阻  $R$  和电感  $L$  串联后与电容  $C$  并联组成的并联谐振电路

$Z$  为并联电路的复阻抗,即

$$Z = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

在电子技术中使用的并联电路,一般有  $\omega L \gg R$ ,故上式可简化成

$$Z = \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\frac{L}{C}}{R + jX} = \frac{\rho^2}{R + jX} \quad (5-17)$$

式中,  $X = \omega L - 1/\omega C$  为并联回路总阻抗,  $\rho = \sqrt{L/C}$  为并联回路特性阻抗。

由式 (5-17) 可知,当  $X = \omega L - 1/\omega C = 0$  时,有  $Z = Z_0 = \frac{\rho^2}{R} = \frac{L}{RC} = Q\rho = Q^2 R$ 。其中,

$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$  为并联回路的品质因数。

此时,  $Z_0$  为一纯电阻,  $\dot{U}$  与  $\dot{i}$  同相,电路发生谐振。

并联电路达到谐振的条件和串联电路相同,谐振角频率和谐振频率分别为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5-18)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5-19)$$

同时, 特性阻抗、品质因数与谐振阻抗又可写为

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (5-20)$$

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0 C}{R} \quad (5-21)$$

$$Z_0 = \frac{\rho^2}{R} = \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = \frac{\left(\frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}{R} \quad (5-22)$$

可见,  $\omega_0$ 、 $\rho$ 、 $Q$ 、 $Z_0$ 的定义均与串联谐振电路的相同, 而  $Z_0$ 的计算公式不同。

## 2. 并联谐振电路的特点

(1) 阻抗最大, 呈电阻性,  $|Z_0| = \frac{L}{RC}$ , 当  $R$  趋近于零时,  $Z_0 \rightarrow \infty$ 。

(2) 电路的总电流小,  $I_0 = \frac{U}{|Z_0|}$ 。

(3)  $\dot{I}$  与  $\dot{U}$  近似同相 (由于忽略了  $R$ ), 输出电压达到最大值  $U_0$ , 即  $U_0 = IZ_0 = IQ\rho$ 。

(4) 电感和电容支路中的电流  $I_{C0}$  与  $I_{L0}$  均比  $I$  大  $Q$  倍, 即

$$I_{L0} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \approx \frac{U_0}{\omega_0 L} = QI$$

$$I_{C0} = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega_0 C}} = QI$$

$$I_{C0} = I_{L0} = QI \quad (5-23)$$

可见,

故当  $Q \gg 1$  时, 就有  $I_{C0} = I_{L0} \gg QI$ 。故并联谐振又称为电流谐振 (current resonance)。

(5) 谐振时电路的相量关系如图 5-6 所示。此时  $I_{C0}$  与  $I_{L0}$  近似大小相等, 相位相反, 而  $\dot{I}$  和  $\dot{U}_0$  同相。

## 3. 并联谐振电路的谐振曲线

**【阻抗的幅频特性】** 现在讨论阻抗的幅值与频率之间的关系, 由阻抗公式可得

$$Z = \frac{\frac{L}{C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\frac{\rho^2}{R}}{1 + j\frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{Z_0}{1 + j\frac{\omega_0 L}{R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{Z_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$|Z| = \frac{Z_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2}} \quad (5-24)$$

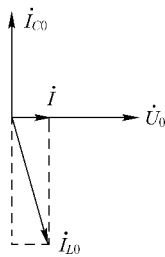


图 5-6 并联谐振电路  
谐振时的相量图

$$\frac{|Z|}{Z_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}} \quad (5-25)$$

根据式 (5-24) 和式 (5-25) 可画出阻抗的幅频特性曲线, 如图 5-7 所示。

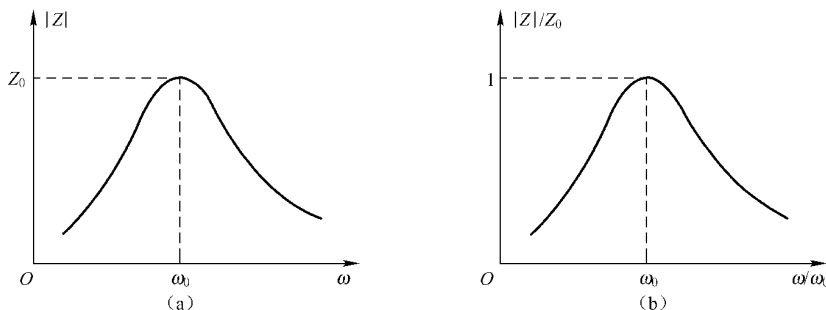


图 5-7 并联谐振电路的阻抗幅频特性曲线

【电压谐振曲线】图 5-5 中, 端电压  $\dot{U} = \dot{I} Z$ , 其有效值为

$$U = I |Z| = \frac{U_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}$$

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}} \quad (5-26)$$

根据式 (5-26) 可画出其端电压的幅频特性曲线即并联谐振电路的电压谐振曲线, 如图 5-8 所示。

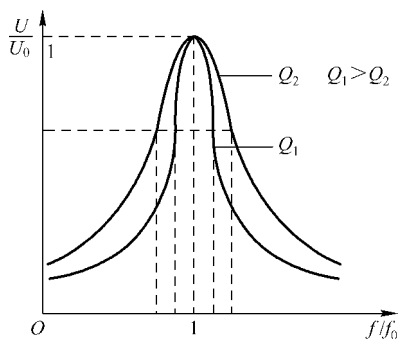


图 5-8 并联谐振电路的电压谐振曲线

#### 4. 并联谐振电路的选择性和通频带

由图 5-8 可以看出, 谐振时输出电压  $U$  的值为最大值  $U_0$ , 故并联电路也有选择性, 而且  $Q$  值越大, 选择性就越好。

并联谐振电路的通频带的定义与串联谐振电路通频带的定义相同, 规定输出的电压  $U \geq U_0 / \sqrt{2}$  的频率范围称为通频带  $B_W = f_2 - f_1 = \Delta f$ 。也可推得并联谐振电路的通频带为  $W_W = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$ 。可见, 并联谐振电路的通频带的公式和串联谐振电路是相同的。

**【例 5-1】** 某串联谐振电路，已知  $R = 10\Omega$ ， $C = 2\mu\text{F}$ ， $L = 20\text{mH}$ ，电源电压有效值为  $U_1 = 10\text{V}$ ，试求电路的谐振频率  $f_0$ 、谐振时的电流  $I_0$ ，以及电感和电容上的电压  $U_L$  和  $U_C$ 。

解：电路的谐振频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-6}}} \approx 796\text{Hz}$$

谐振时的电流

$$I_0 = \frac{U_1}{R} = \frac{10}{10} = 1\text{A}$$

而

$$Q = \frac{\rho}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{20 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}}} = 10$$

谐振时的电容和电感上的电压为

$$U_C = U_L = QU_1 = 10 \times 10 = 100\text{V}$$

现在用 Proteus 仿真一下。如图 5-9 所示的电路是例 5-1 电路的 Proteus 仿真图，图中增加几个虚拟交流电流、电压表。输入信号  $\dot{U}_1$  是有效值为  $10\text{V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $796\text{Hz}$  交流信号。执行开始仿真命令，将出现如图 5-9 所示的电路仿真结果图。由图可见， $I_0 = 956\text{mA}$ ， $U_L = 95.6\text{V}$ ， $U_C = 95.7\text{V}$ ， $U_L + U_C = 0.45\text{V}$ 。这和前面计算出的对应数值相对误差在  $5\%$  以内。 $U_L + U_C$  为电容和电感串联后的电压值，当此电压最小时电路发生谐振。

仿真时通过改变输入信号的频率，可以看出理论计算出电路的谐振频率  $f_0 = 796\text{Hz}$  并不是对应电流最大的频率，我们发现对应电流最大的频率约为  $784\text{Hz}$ 。其次，当改变输入信号的频率（在  $784\text{Hz}$  附近）时，频率偏离越大，电路电流  $I_0$  越小， $U_L$  和  $U_C$  也越小，而  $U_L + U_C$  越大。此外，还可以通过改变  $R_1$  值来改变  $Q$  值，观察  $U_L$  和  $U_C$  的变化。

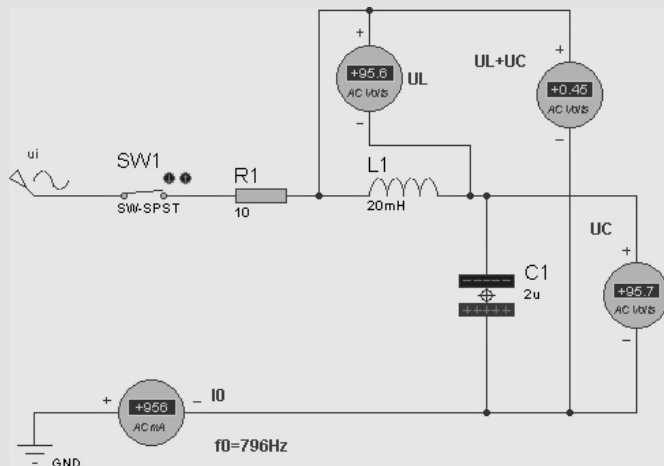


图 5-9 例 5-1 电路的 Proteus 仿真结果图



**【例 5-2】** 某并联谐振电路，由电感线圈和电容器相并联组成，如图 5-10 所示。其中电感线圈用 R 和 L 的串联组合来表示，电容器用 C 来表示。已知  $R = 100\Omega$ ， $C = 1\mu\text{F}$ ， $L = 1000\text{mH}$ ，电源电压有效值为  $U_1 = 10\text{V}$ ，试求电路的谐振频率  $f_0$ 、谐振时的电流  $I_0$ 、阻抗  $Z_0$ 、输出电压  $U_0$  以及电感和电容支路的电流  $I_{L0}$  和  $I_{C0}$ 。

**解：** 电路的谐振频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1000 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}}} \approx 159\text{Hz}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 10^{-6}}} = 1000$$

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{1000 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-6}}} = 10$$

$$Z_0 = \frac{\rho^2}{R} = \frac{L}{RC} = \frac{1}{100 \times 1 \times 10^{-6}} = 10\,000\Omega = 10\text{k}\Omega$$

谐振时的电流

$$I_0 = \frac{U_1}{Z_0} = \frac{10}{10\,000} = 1\text{mA}$$

$$U_0 = I_0 Z_0 = 1 \times 10\,000 = 10\text{V}$$

$$I_{C0} = I_{L0} = Q I_0 = 10 \times 1 = 10\text{mA}$$

下面进行 Proteus 仿真。如图 5-10 所示的电路是例 5-2 电路的 Proteus 仿真图，图中增加几个虚拟交流电流、电压表。输入信号  $\dot{U}_1$  是有效值为 10V、初相角为  $0^\circ$  的 159Hz 交流信号。执行开始仿真命令，将出现如图 5-10 所示的电路仿真结果图。由图可见， $I_0 = 1.07\text{mA}$ ， $I_{C0} = 10.1\text{mA}$ ， $I_{L0} = 9.80\text{mA}$ ， $U_0 = 10\text{V}$ 。这和前面计算出的对应数值相差不大。

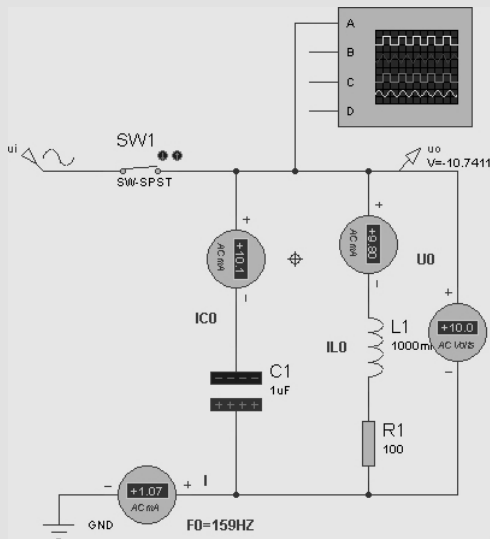


图 5-10 例 5-2 电路的 Proteus 仿真结果图

仿真时通过改变输入信号的频率, 可以看出理论计算出电路的谐振频率  $f_0 = 159\text{Hz}$  就是对应电流最小的频率。其次, 当改变输入信号的频率 (在  $159\text{Hz}$  附近) 时, 频率偏离  $f_0$  越大, 电路电流  $I_0$  越大,  $I_{C0}$  和  $I_{L0}$  的差  $|I_{C0} - I_{L0}|$  也越大。



## 5.3 谐振的应用

### 1. 串联谐振电路的应用

在无线电接收设备中, 常用串联谐振作为输入调谐电路, 用来接收相应的频率信号。

### 2. 并联谐振电路的应用

并联谐振电路可以用来选频和滤波。图 5-11 所示是并联谐振电路阻抗和电流特性曲线, 由图可见, 当并联谐振电路发生谐振时, 阻抗最大, 而电流最小。利用其谐振阻抗最大这一特征, 常把并联谐振回路作为调谐放大器的负载; 而利用电流最小这一特征, 把并联谐振回路用作滤波电路。

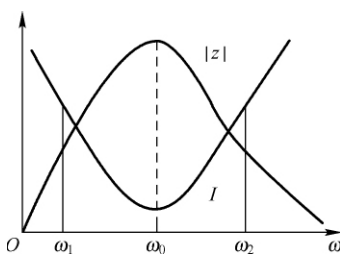


图 5-11 并联谐振电路阻抗和电流特性曲线

**【例 5-3】** 某 RLC 串联电路中, 已知  $R = 2\Omega$ ,  $C = 100\mu\text{F}$ ,  $L = 10\text{mH}$ 。求: (1) 电路串联谐振频率  $f_0$ 、品质因数  $Q$ ; (2) 当电源电压有效值为  $U_1 = 16\text{V}$  时, 谐振时的电流  $I_0$ , 以及电阻、电感和电容上的电压  $U_{R0}$ 、 $U_{L0}$  和  $U_{C0}$ 。

**解:** (1) 根据电路的谐振频率公式, 可得

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{10 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}} \approx 159\text{Hz}$$

品质因数  $Q$  为

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}}} = 5$$

(2) 串联谐振时, 电阻上的电压等于电源的电压, 即

$$U_{R0} = U_1 = 16\text{V}$$

$$I_0 = \frac{U_1}{R} = \frac{16}{2} = 8\text{A}$$

电感上电压和电容上电压等于电源电压的  $Q$  倍, 即

$$U_{L0} = U_{C0} = QU_1 = 5 \times 16 = 80\text{V}$$

现在用 Proteus 软件, 检验一下上述结果。图 5-12 所示是例 5-3 电路的 Proteus 仿真图。输入信号  $\dot{U}_1$  是有效值为  $16\text{V}$ 、初相角为  $0^\circ$  的  $159\text{Hz}$  交流信号。执行开始仿真命令,

将出现如图 5-12 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_0 = 7.78\text{A}$ ,  $U_{R0} = 15.6\text{V}$ ,  $U_{L0} = 78.6\text{V}$ ,  $U_{C0} = 76.4\text{V}$ 。这和前面计算出的对应数值相对误差在 5% 以内。

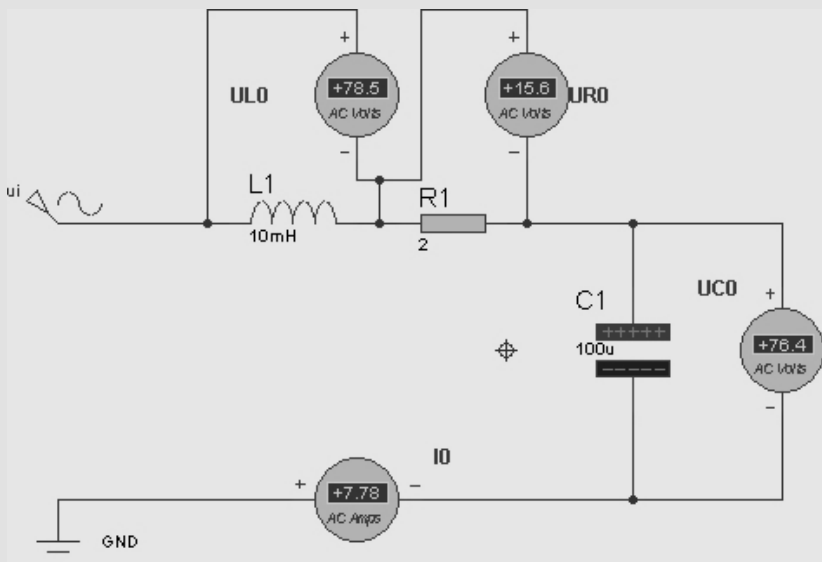


图 5-12 例 5-3 电路的 Proteus 仿真结果图

附记: 在本书中, 包括直流电路和交流电路在内, 用 Proteus 软件仿真时, 仿真所得结果与理论计算值之间的误差, 数串联谐振电路大, 其相对误差在 5% 之内, 而其他电路的相对误差在 1% 以内。

**【例 5-4】** 在图 5-13 电路中, 已知  $L = 100\text{mH}$ , 输入信号中含有  $f_0 = 100\text{Hz}$ ,  $f_1 = 500\text{Hz}$ ,  $f_2 = 1000\text{Hz}$  的三种频率信号, 若要滤去频率  $f_0$  的信号滤去, 应选多大电容?

**解:** 当 LC 并联电路在  $f_0$  频率下发生并联谐振时, 可滤去此频率信号, 因此由并联谐振条件可得

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 100)^2 \times 100 \times 10^{-3}} = 25.4\mu\text{F}$$

现在用 Proteus 软件, 检验一下上述结果。图 5-14 所示是例 5-4 的 Proteus 电路仿真图。既然已计算出符合题意的电容值为  $25.4\mu\text{F}$ , 我们就让图中的电容值  $C_1$  取  $25.4\mu\text{F}$ 。现在输入有效值均为  $100\text{mV}$ , 而频率依次为  $100\text{Hz}$ 、 $500\text{Hz}$ 、 $1000\text{Hz}$  的交流信号, 观察示波器上的显示结果。执行开始仿真命令后, 将依次出现如图 5-15 (a), (b), (c) 所示的三个电路仿真结果图。由图可见, 当输入  $500\text{Hz}$ 、 $1000\text{Hz}$  的交流信号时, 示波器上有对应频率的波形, 而当输入  $100\text{Hz}$  的交流信号时, 示波器上却没有显示波形。这意味着,  $100\text{Hz}$  的交流信号通过谐振电路时被滤掉了,  $500\text{Hz}$ 、 $1000\text{Hz}$  的交流信号则顺利通过。经 Proteus 仿真检验, 说明本题解答是正确的。

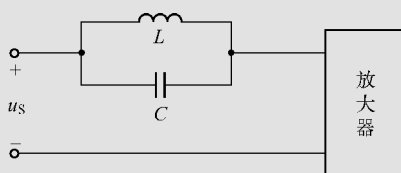


图 5-13 例 5-4 的电路

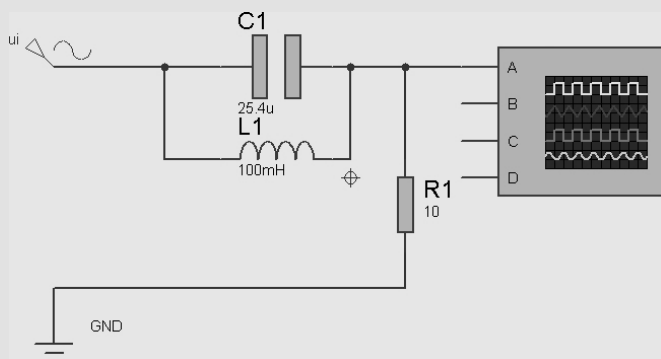


图 5-14 例 5-4 电路仿真图

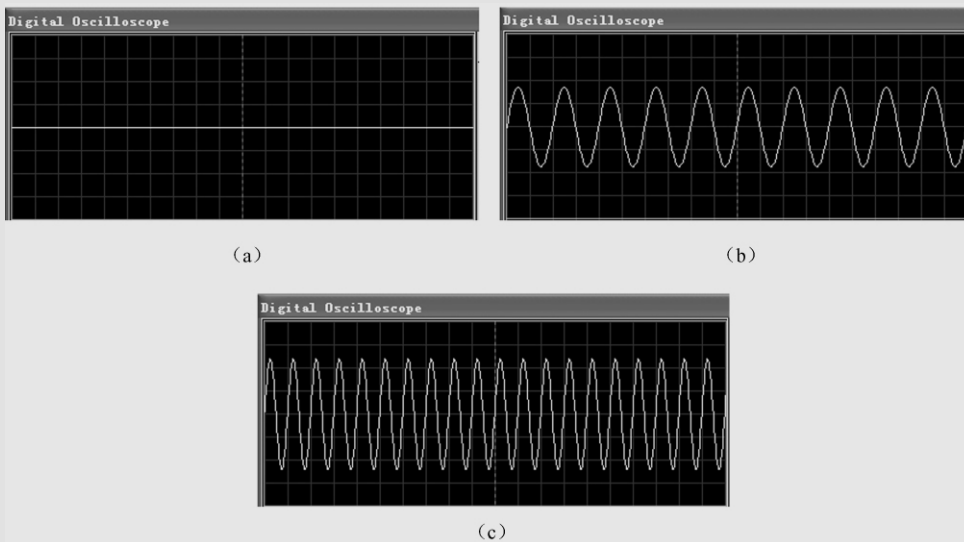


图 5-15 例 5-4 电路仿真结果图



## 5.4 小结

1. 串联谐振的条件是  $X_L = X_C$ ,  $\dot{U}$  与  $\dot{i}$  同相。特点是阻抗最小  $|Z_0| = R$ , 电流最大, 如果  $X_L = X_C \gg R$ , 则  $U_L = U_C \gg U$ , 所以串联谐振又称电压谐振。

2. 并联谐振在  $R \leq X_L$  时 (一般情况都能满足), 其谐振条件也为  $X_L = X_C$ ,  $\dot{U}$  与  $\dot{I}$  同相。特点是阻抗最大, 总电流  $I_0$  最小,  $I_L \approx I_C \gg I_0$ , 所以并联谐振又称电流谐振。

3. 不论是串联谐振还是并联谐振, 计算谐振频率的公式都是

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

4. 谐振电路的应用: 串联谐振回路常常作为输入调谐电路, 用来接收相应的频率信号; 并联谐振回路可以用作选频电路和滤波电路。

5. Proteus 仿真软件用于串联谐振电路和并联谐振电路时, 仿真所得结果与理论计算值之间的误差较大, 其相对误差在 5% 之内, 比其他直流电路和交流电路的测量误差 (在 1% 之内) 要大得多。

## 第6章 三相电路

目前发电及供电系统都采用三相交流电。在日常生活中所使用的交流电源，只是三相交流电其中的一相。工厂生产所用的三相电动机是三相制供电，三相交流电也称动力电。

本章主要介绍三相交流电源、三相负载的连接、对称三相电路、不对称三相电路及电压、电流和功率的分析。



### 6.1 概述

单相正弦电路是指由一个正弦交流电源供电的电路；三相正弦电路是指由三相正弦交流电源供电的电路。三相交流发电机就是三相正弦交流电源。

1891年，世界上第一台交流发电机在德国劳芬发电厂投运，之后交流电的应用风靡全世界。

三相交流电是目前世界上使用最为广泛的交流电，因为它具有许多优点：

- ☺ 在尺寸相同的情况下，三相发电机比单相发电机输出的功率大；
- ☺ 在输电距离、输电电压、输送功率和线路损耗相同的条件下，三相输电比单相输电可节省25%的有色金属；
- ☺ 单相电路的瞬时功率随时间交变，而对称三相电路的瞬时功率是恒定的，这使得三相电动机具有恒定转矩，比单相电动机的性能好，且结构简单，便于维护。



### 6.2 三相电源

#### 1. 对称三相电源 (balanced three-phase sources)

三相交流发电机有3个绕组。三相交流发电机产生按正弦规律变化的三相幅值相等、频率相同、相位互差 $120^\circ$ 的交流电。它们的各相电压瞬时量表达式为

$$u_A = U_m \sin \omega t$$

$$u_B = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C = U_m \sin(\omega t - 240^\circ) = U_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

对应各相电压相量表达式为

$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle +120^\circ$$

图 6-1 所示是对称三相电源的相量图和波形图。可见, 三相对称正弦电压的瞬时值或相量之和等于零, 即

$$u_A + u_B + u_C = 0, \quad \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

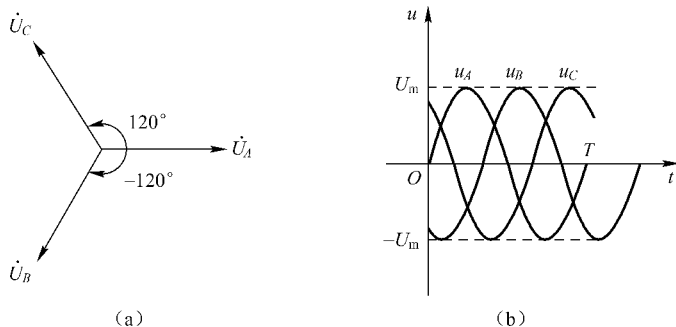


图 6-1 对称三相电源的相量图和波形图

三相交流电到达振幅值的先后次序称为相序。图 6-1 中, 三相电压  $u_A$ 、 $u_B$ 、 $u_C$  依次滞后  $120^\circ$ , 三相电压到达振幅值的先后次序为  $u_A$ 、 $u_B$ 、 $u_C$ , 其相序为  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ , 称为顺相序。若三相发电机的电枢逆时针旋转, 三相电压到达振幅值的先后次序为  $u_C$ 、 $u_B$ 、 $u_A$ , 其相序为  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ , 称为逆相序。工程上常用的是顺相序。

## 2. 三相电源的连接

三相电源的三相绕组一般按两种方式连接起来供电。一种方式是星形连接 (又称 Y 连接), 一种方式是三角形连接 (又称  $\Delta$  连接)。三相发电机通常采用星形连接。

**【三相电源的星形连接】**通常把发电机的三相绕组的末端  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  连接成一点, 而把始端  $A$ 、 $B$ 、 $C$  作为与外电路连接的端点, 这种连接方式称为电源的星形 (Y) 连接, 如图 6-2 所示。

在星形连接中, 3 个绕组末端的连接点称作中点 (neutral point) 或零点, 中点  $N$  的引出线称为中性线 (或零线)。从始端 ( $A$ 、 $B$ 、 $C$ ) 引出的 3 根导线称为端线 (俗称火线), 它们分别用不同的颜色黄、绿、红来标记。这种从电源引出 4 根线的供电方式称为三相四线制供电方式。

三相四线制供电系统可输送两种电压, 一种是端线和中性线之间的电压  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$ 、 $\dot{U}_C$ , 称为相电压 (phase voltage); 另一种是端线和端线之间的电压  $\dot{U}_{AB}$ 、 $\dot{U}_{BC}$ 、 $\dot{U}_{CA}$ , 称为线电压 (line voltage)。

由图 6-3 可知, 各线电压和相电压之间的关系为

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$$

若线电压的有效值用  $U_l$  表示, 相电压的有效值用  $U_p$  表示, 如图 6-3 所示的关系为

$$U_l = \sqrt{3} U_p$$

由此可得结论: 星形连接的三相电源, 当 3 个相电压对称时, 3 个线电压也是对称的, 线电压比相应的相电压超前  $30^\circ$ , 线电压的有效值是相电压有效值的  $\sqrt{3}$  倍。3 个线电压相量所构成的星形位置相当于 3 个相电压相量所构成的星形位置向逆时针方向旋转了  $30^\circ$ 。即

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ, \quad \dot{U}_{BC} = \sqrt{3} \dot{U}_B \angle 30^\circ, \quad \dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \dot{U}_C \angle 30^\circ$$

一般低压供电线路的线电压是 380V，它的相电压是 220V，常称为“电源电压 380/220V”。

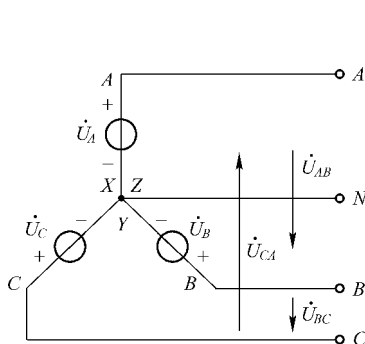


图 6-2 三相电源的星形连接

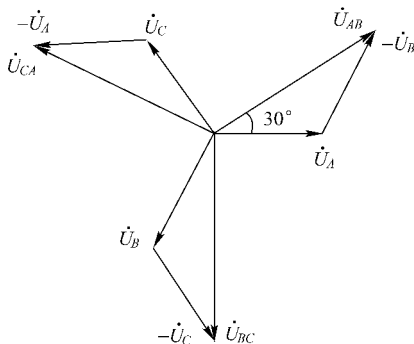


图 6-3 三相电源星形连接时的电压

**【三相电源的三角形连接】** 将发电机的三相绕组的始、末端顺次相连，即 A 相的相尾 X 和 B 相的相头 B 相连，B 相的相尾 Y 和 C 相的相头 C 相连，C 相的相尾 Z 和 A 相的相头 A 相连，再从 3 个连接点引出 3 根端线 A、B、C，这样就构成电源的三角形（ $\Delta$ ）连接，如图 6-4 所示。

这种三角形（ $\Delta$ ）连接的特点是：只能是三相三线制，提供一组电压。线电压为电源的相电压，即

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C$$

且

$$U_l = U_p$$

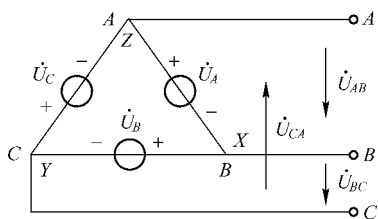


图 6-4 三相电源的三角形连接

**【注意】** 三角形连接时，不能将某相接反，否则三相电源回路内的电压达到相电压的 2 倍，导致电流过大，烧坏电源绕组。因此作三角形连接时，预留一个开口用电压表测量开口电压，如果电压近于零或很小，再闭合开口，否则，要查找哪一相接反了。



## 6.3 对称三相电路分析

为了与三相电源相接，三相负载也有两种连接方式：星形连接与三角形连接。星形连接就是把三相负载的一端连接到一个公共点，负载的另一端分别和电源的三个端线相连。三角形连接时，各相负载首尾端依次相连，三个连接点分别和电源的端线相连接。

### 1. 负载星形连接的三相电路

图 6-5 所示是三相电源和三相负载都作星形连接的三相四线制电路图。每相负载的电



压称为负载的相电压, 负载相电压的参考方向规定自端线指向负载中点  $N'$ , 用  $\dot{U}_a$ 、 $\dot{U}_b$ 、 $\dot{U}_c$  表示。若不计输电线上的阻抗, 三相四线制电路中, 负载相电压就是电源的相电压, 即

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B, \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C$$

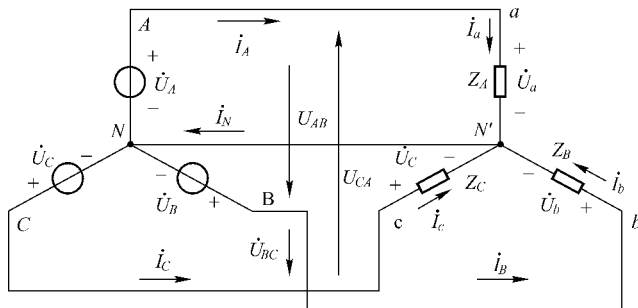


图 6-5 三相负载的星形连接

负载端线电压与电源的线电压相等, 即

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab}, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc}, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca}$$

负载端线电压与相电压的关系与电源星形连接时线电压与相电压的关系类似。即线电压比相应的相电压超前  $30^\circ$ , 线电压的有效值是相电压有效值的  $\sqrt{3}$  倍。

每相负载的电流称为相电流 (phase current), 相电流的参考方向和负载相电压的参考方向关联, 用  $\dot{i}_a$ 、 $\dot{i}_b$ 、 $\dot{i}_c$  表示。流过各端线的电流称为线电流 (line current), 其参考方向是从电源端指向负载端, 用  $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$  表示。从图 6-5 可以看出, 负载星形连接时, 线电流和对应的相电流相等, 即

$$\dot{I}_A = \dot{i}_a, \quad \dot{I}_B = \dot{i}_b, \quad \dot{I}_C = \dot{i}_c$$

把三相四线制电路分成 3 个单相电路可计算各相电流, 即

$$\dot{i}_a = \frac{\dot{U}_A}{Z_A}, \quad \dot{i}_b = \frac{\dot{U}_B}{Z_B}, \quad \dot{i}_c = \frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

三相四线制电路中, 中线电流等于 3 个相电流的相量和:

$$\dot{I}_N = \dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c$$

若每相负载的复阻抗都相同, 则称为对称负载。不论负载对称与否, 负载相电压总是对称的, 这是三相四线制电路的一个重要特点。不对称三相负载的相电压对称是因为中线的的作用。若负载不对称, 则各相电流是不对称的, 使得中线电流不为零。若中线出现断路, 各相的相电压就不相等了, 会导致某相电压增大, 这一相上接的电器可能烧毁。为了防止这类事故的发生, 规定三相四线制电路上的中线不能断开, 中线上也不允许安装熔断器和开关。

三相电路中若电源对称, 负载也对称, 则为对称三相电路 (balanced three-phase systems)。对称三相电路中,  $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ , 则各相电流为

$$\dot{i}_a = \frac{\dot{U}_A}{Z}, \quad \dot{i}_b = \frac{\dot{U}_B}{Z}, \quad \dot{i}_c = \frac{\dot{U}_C}{Z}$$

相电流  $\dot{i}_a$ 、 $\dot{i}_b$ 、 $\dot{i}_c$  是对称的, 线电流  $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$  也是对称的。此时

$$\dot{i}_N = \dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c = 0$$

中线电流为零说明  $N$  点和  $N'$  点是等电位, 故中线可以省去, 称为三相三线制对称电路。

**【例 6-1】** 今有三相对称负载作星形连接, 设每相电阻为  $R = 3\Omega$ , 每相感抗为  $X_L = 4\Omega$ , 电源线电压  $\dot{U}_{AB} = (380 \angle 30.0^\circ) \text{ V}$ , 试求各相电流。

解: 由于负载对称, 只需计算其中一相, 其余两相可以推导出。

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3} \angle 30^\circ} = \frac{380 \angle 30^\circ}{\sqrt{3} \angle 30^\circ} = 220 \text{ V}$$

$$\dot{i}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_A} = \frac{\dot{U}_a}{R + jX_L} = \frac{220}{3 + j4} = (44 \angle -53.1^\circ) \text{ A}$$

其余两相电流为

$$\dot{i}_b = 44 \angle -53.1^\circ - 120^\circ = (44 \angle -173.1^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{i}_c = 44 \angle -53.1^\circ + 120^\circ = (44 \angle 66.9^\circ) \text{ A}$$

现在用 Proteus 软件验证一下上述结果。图 6-6 所示是例 6-1 的 Proteus 仿真图, 图中 3 处  $X_L = 4\Omega$  都用  $12.7\text{mH}$  的电感代替, 中线  $N$  和  $N'$  没有连上。输入信号是 3 个有效值均为  $220\text{V}$ 、 $50\text{Hz}$  的交流信号, 它们的初相角依次为  $0^\circ$ 、 $+240^\circ$  (本来该是  $-120^\circ$ , 因 Proteus 软件不能识别负的角度, 故取  $240^\circ$ )、 $+120^\circ$ 。执行开始仿真命令, 将出现如图 6-6 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_a = 43.9\text{A}$ ,  $I_b = 43.4\text{A}$ ,  $I_c = 43.5\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $\dot{i}_a$ 、 $\dot{i}_b$ 、 $\dot{i}_c$  的有效值  $44\text{A}$  是很接近的。这表明, 经 Proteus 仿真验证, 本题解答是正确的。

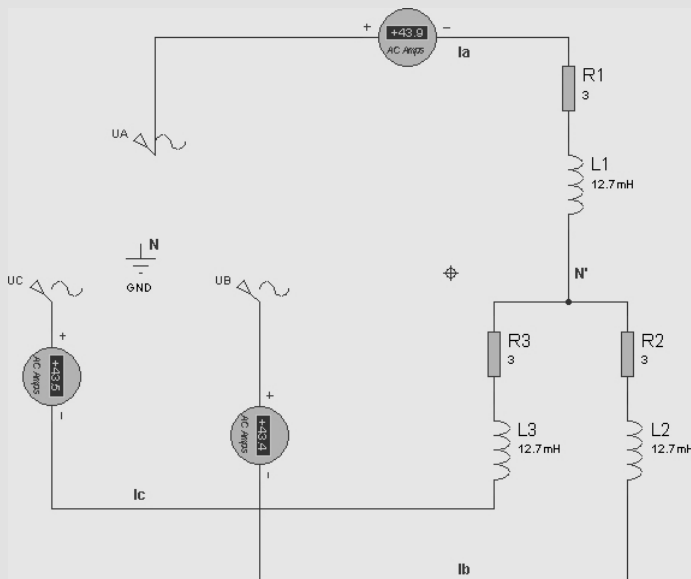


图 6-6 例 6-1 的 Proteus 仿真结果图

## 2. 负载三角形连接的三相电路

图 6-7 所示为三相负载的三角形连接电路, 这种连接方法不用中性线, 三相负载中的每一相直接与电源端线连接。因此, 当负载接成三角形时, 不论电源是 Y 连接还是  $\Delta$  连接, 负载的相电压都是线电压, 有效值关系为  $U_l = U_p$ 。不论负载对称与否, 负载的相电压总是对称的。

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{AB}, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_{BC}, \quad \dot{U}_c = \dot{U}_{CA}$$

各个相电流为

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_A}, \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_B}, \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_C}$$

各个线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

在三相对称负载的情况下,  $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ , 则负载的相电流为

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z}, \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z}, \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z}$$

负载的相电流是对称的, 相量图如图 6-8 所示。

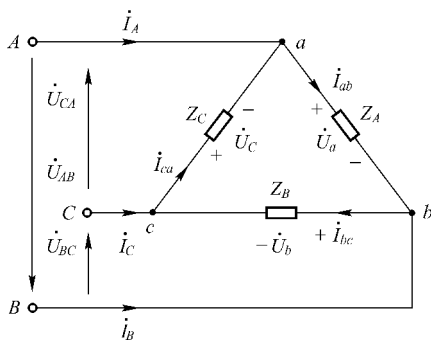


图 6-7 三相负载的三角形连接

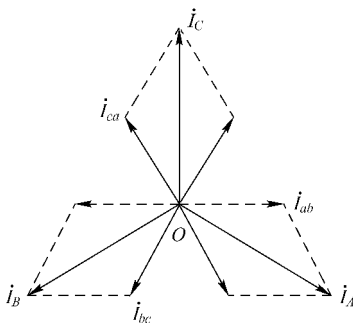


图 6-8 三相负载三角形连接时的相电流

由图 6-8 可得出结论: 三相对称负载三角形连接时, 三相负载的相电流是对称的, 线电流也是对称的, 线电流的有效值是相电流有效值的  $\sqrt{3}$  倍, 即

$$I_l = \sqrt{3} I_p$$

显然, 线电流相位上比相应的相电流滞后  $30^\circ$ , 即

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ, \quad \dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ, \quad \dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ$$

三相负载的  $\Delta$  连接只有三相三线制。

**【例 6-2】** 三角形连接的三相对称负载接到线电压为 380V 的供电线路上, 每相负载的阻抗为  $(17.32 + j10) \Omega$ 。试求各相电流和各线电流。

**解:** 三角形连接时, 各负载的相电压等于对应线电压。以  $\dot{U}_{AB}$  为参考相量, 相电流

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_A} = \frac{380}{17.32 + j10} = \frac{380}{20 \angle 30^\circ} = (19 \angle -30.0^\circ) \text{ A}$$

由于负载对称, 其余两相的相电流为

$$\dot{I}_{bc} = 19 \angle -30.0^\circ - 120^\circ = (19 \angle -150^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{ca} = 19 \angle -30.0^\circ + 120^\circ = (19 \angle 90^\circ) \text{ A}$$

根据负载对称时线电流和相电流的关系, 各线电流为

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ = 19 \angle -30^\circ \times \sqrt{3} \angle -30^\circ = (33 \angle -60^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ = 19 \angle -150^\circ \times \sqrt{3} \angle -30^\circ = (33 \angle -180^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ = 19 \angle 90^\circ \times \sqrt{3} \angle -30^\circ = (33 \angle 60^\circ) \text{ A}$$

现在用 Proteus 软件验证一下上述结果。图 6-9 所示是例 6-2 的 Proteus 仿真图, 图中 3 处感抗为  $X_L = 10\Omega$  都用 31.8mH 的电感代替。输入信号是 3 个有效值均为 220V、50Hz 的交流信号, 它们的初相角依次为  $0^\circ$ 、 $+240^\circ$  (本来该是  $-120^\circ$ , 因 Proteus 软件不能识别负的角度, 故取  $240^\circ$ )、 $+120^\circ$ 。执行开始仿真命令, 将出现如图 6-9 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_A = 33.1\text{A}$ ,  $I_B = 32.6\text{A}$ ,  $I_C = 32.9\text{A}$ ,  $I_{ab} = 19.0\text{A}$ ,  $I_{bc} = 18.9\text{A}$ ,  $I_{ca} = 19.1\text{A}$ , 这和前面的理论计算值  $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 、 $\dot{I}_{ab}$ 、 $\dot{I}_{bc}$ 、 $\dot{I}_{ca}$  的有效值是很接近的。这表明, 经 Proteus 仿真验证, 本题解答是正确的。

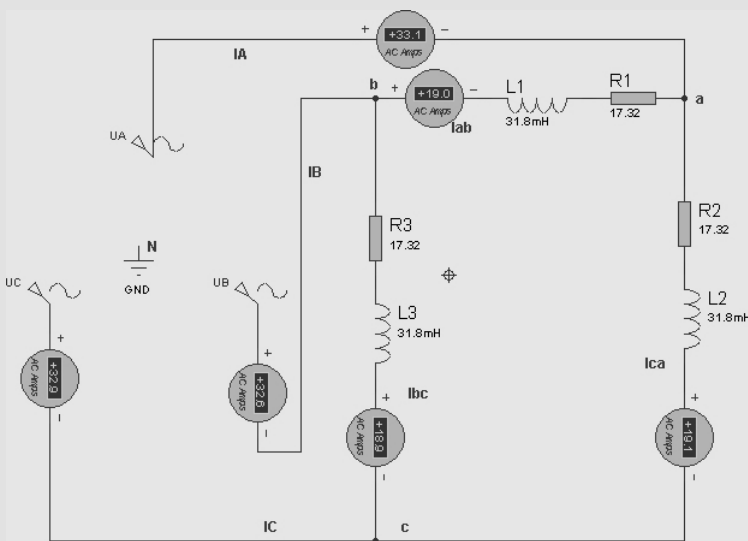


图 6-9 例 6-2 的 Proteus 仿真结果图



## 6.4 不对称三相电路分析实例

不对称三相电路 (unbalanced three-phase systems) 是由两个因素引起的, 一是三相电源的电压值或 (和) 位相角不等, 二是各相负载的阻抗不等。为了分析的方便起见, 我们假定三相电源电压是对称的, 只是负载不对称。实用电路中, 不对称三相电路比对称三相电

路要多得多。在前面已分析的三相四线制电路中，比如荧光灯、彩色电视机、计算机等设备用的都是单相电源，它们总是挂在三相电的某一相上，使三相上具有相同阻抗很难。在对称三相电路的分析中，求出某一相的电流，就可推知其他剩余两相的电流。在不对称三相电路的分析中，则必须每相电流分别求出。以下是几个不对称三相电路分析例子。

**【例 6-3】** 在图 6-10 中，电源电压对称，每相电压  $U_p = 220\text{V}$ ，负载为白炽灯组，在额定电压下其电阻分别为  $R_1 = 5\Omega$ ， $R_2 = 10\Omega$ ， $R_3 = 20\Omega$ 。试求负载相电压、负载相电流和中性线电流。

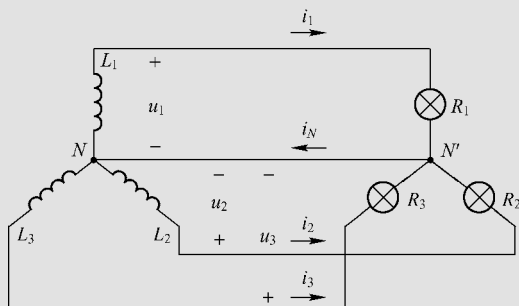


图 6-10 例 6-3 的电路

**解：**在负载不对称而有中性线的情况下，负载相电压和电源相电压相等，也是对称的，其有效值为 220V。先计算各相电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5} = (44 \angle 0^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{R_2} = \frac{220 \angle -120^\circ}{10} = (22 \angle -120^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{R_3} = \frac{220 \angle 120^\circ}{20} = (11 \angle 120^\circ) \text{ A}$$

根据图中电流的参考方向，中性线电流

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 44 \angle 0^\circ + 22 \angle -120^\circ + 11 \angle 120^\circ \\ &= 44 + (-11 - j18.9) + (-5.5 + j9.45) = (29.1 \angle -19^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

现在用 Proteus 软件验证一下上述结果。图 6-11 所示是例 6-3 的 Proteus 电路仿真图。输入信号是 3 个有效值均为 220V、50Hz 的交流信号，它们的初相角依次为  $0^\circ$ 、 $+240^\circ$ （本来该是  $-120^\circ$ ，因 Proteus 软件不能识别负的角度，故取  $+240^\circ$ ，下同）、 $+120^\circ$ 。执行开始仿真命令，将出现如图 6-11 所示的电路仿真结果图。由图可见，A 相的负载相电压为 220V，和电源相电压相等； $I_1 = 44\text{A}$ ， $I_2 = 21.9\text{A}$ ， $I_3 = 11.1\text{A}$ ， $I_N = 29.2\text{A}$ ，这和前面的理论计算值  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$ 、 $\dot{I}_N$  的有效值是很接近的，都在允许误差的范围内。这表明，经 Proteus 仿真验证，本题解答是正确的。

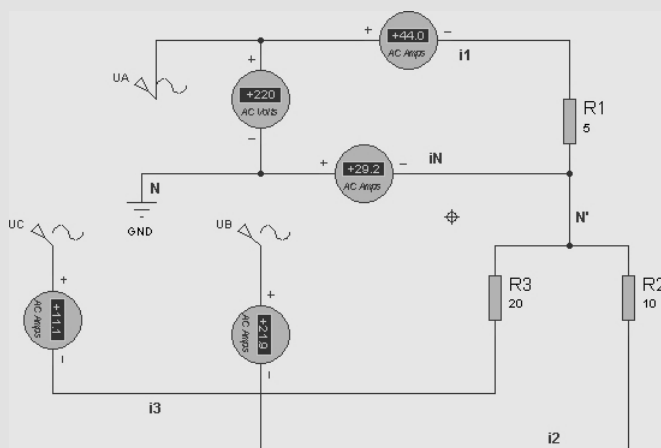


图 6-11 例 6-3 的电路仿真结果图

**【例 6-4】** 在图 6-12 中，电源电压对称，每相电压  $U_p = 120\text{V}$ ；负载不对称，其阻抗依次为  $j5\Omega$ 、 $10\Omega$  和  $-j10\Omega$ 。试求各线电流  $I_a$ 、 $I_b$  和  $I_c$ 。

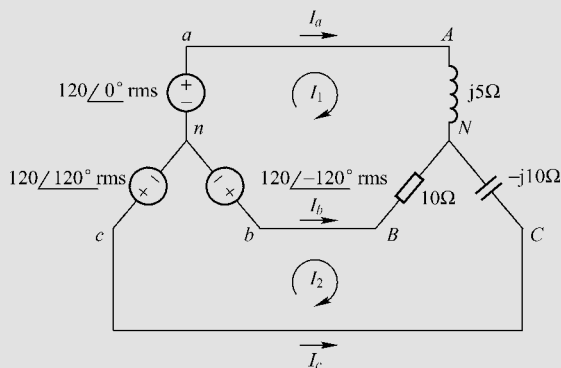


图 6-12 例 6-4 的电路

**解：** 我们用网孔电流法分析。设图中上面网孔为网孔 1，下面网孔为网孔 2。网孔 1 和网孔 2 的网孔电流分别为  $\dot{I}_1$  和  $\dot{I}_2$ 。对网孔 1，有

$$120 \angle -120^\circ - 120 \angle 0^\circ + (10 + j5) \dot{I}_1 - 10 \dot{I}_2 = 0$$

或

$$(10 + j5) \dot{I}_1 - 10 \dot{I}_2 = 180 + j104 \quad (6-1)$$

对网孔 2，有

$$120 \angle 120^\circ - 120 \angle -120^\circ + (10 - j10) \dot{I}_2 - 10 \dot{I}_1 = 0$$

或

$$-10 \dot{I}_1 + (10 - j10) \dot{I}_2 = -j208 \quad (6-2)$$

式 (6-1) 和式 (6-2) 可构成一个复系数二元一次方程组，写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 + j104 \\ -j208 \end{pmatrix}$$

用 MATLAB 解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 56.78 + j0.02 = (56.78 \angle 0^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_2 = 38.78 + j18 = (42.75 \angle 24.9^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

而线电流为

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 = (56.78 \angle 0^\circ) \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_b &= \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = 42.75 \angle 24.9^\circ - 56.78 \angle 0^\circ \\ &= 38.78 + j18 - 56.78 = (-18 + j18) \text{ A} = (25.46 \angle 135^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_c = -\dot{I}_2 = -(38.78 + j18) = (42.75 \angle -155.1^\circ) \text{ A}$$

现在用 Proteus 软件验证上述结果。图 6-13 所示是例 6-4 的 Proteus 电路仿真图。由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容量, 我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由} \quad X_L = \omega L = 2\pi fL, \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$\text{有} \quad L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}, \quad C = \frac{2}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

把  $X_{L1} = 5\Omega$ ,  $X_{C1} = 10\Omega$  代入上式, 可求得

$$L_1 = 15.9\text{mH}, \quad C_1 = 319\mu\text{F}$$

用  $L_1 = 15.9\text{mH}$ ,  $C_1 = 319\mu\text{F}$  分别代替图中的阻抗  $j5\Omega$  和  $-j10\Omega$ , 输入信号是 3 个有效值均为 120V、50Hz 的交流信号, 它们的初相角依次为  $0^\circ$ 、 $+240^\circ$ 、 $+120^\circ$ 。执行开始仿真命令, 将出现如图 6-13 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_a = 57.5\text{A}$ ,  $I_b = 25.7\text{A}$ ,  $I_c = 43.6\text{A}$ , 这和前面的理论计算值  $\dot{I}_a$ 、 $\dot{I}_b$ 、 $\dot{I}_c$  的有效值是很接近的。这表明, 经 Proteus 仿真验证, 本题解答是正确的。

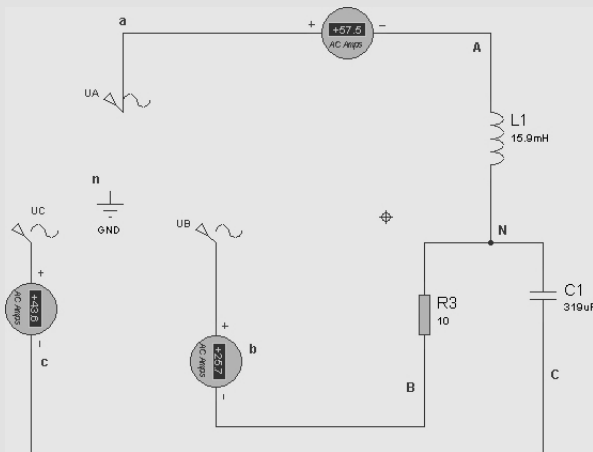


图 6-13 例 6-4 的 Proteus 电路仿真结果图

【例 6-5】在如图 6-14 所示的电路中，阻抗  $Z_A$ 、 $Z_B$ 、 $Z_C$  分别为  $Z_A = (12 + j10) \Omega$ ， $Z_B = (10 - j8) \Omega$ ， $Z_C = (15 + j6) \Omega$ 。图中共 3 个网孔：设网孔 1 的电流为  $\dot{I}_1$ ，网孔 2 的电流为  $\dot{I}_2$ ，网孔 3 的电流为  $\dot{I}_3$ 。试求电流  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  和  $I_{bB}$ 。

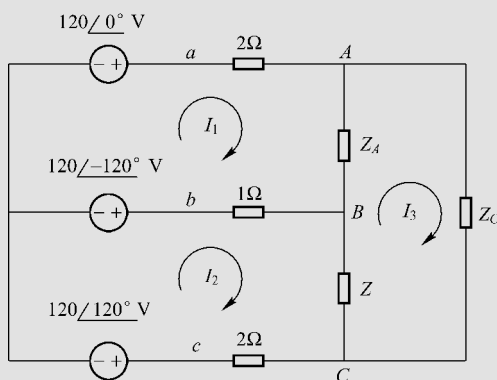


图 6-14 例 6-5 的电路

解：用网孔电流法分析。对网孔 1，有

$$120 \angle -120^\circ - 120 \angle 0^\circ + (2 + 1 + 12 + j10) \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - (12 + j10) \dot{I}_3 = 0$$

或

$$(15 + j10) \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - (12 + j10) \dot{I}_3 = 120 \angle 0^\circ - 120 \angle -120^\circ \quad (6-3)$$

对网孔 2，有

$$120 \angle 120^\circ - 120 \angle -120^\circ + (2 + 1 + 10 - j8) \dot{I}_2 - \dot{I}_1 - (10 - j8) \dot{I}_3 = 0$$

或

$$-\dot{I}_1 + (13 - j80) \dot{I}_2 - (10 - j8) \dot{I}_3 = 120 \angle -120^\circ - 120 \angle 120^\circ \quad (6-4)$$

对网孔 3，有

$$(12 + j10 + 10 - j8 + 15 + j6) \dot{I}_3 - (12 + j10) \dot{I}_1 - (10 - j8) \dot{I}_2 = 0$$

或

$$-(12 + j10) \dot{I}_1 - (10 - j8) \dot{I}_2 - (37 + j8) \dot{I}_3 = 0 \quad (6-5)$$

式 (6-3)、式 (6-4) 和式 (6-5) 构成一个复系数三元一次方程组，经整理得

$$(15 + j10) \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - (12 + j10) \dot{I}_3 = 180 + j104$$

$$-\dot{I}_1 + (13 - j80) \dot{I}_2 - (10 - j8) \dot{I}_3 = -j208$$

$$-(12 + j10) \dot{I}_1 - (10 - j8) \dot{I}_2 - (37 + j8) \dot{I}_3 = 0$$

写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} 15 + j10 & -1 & -12 - j10 \\ -1 & 13 - j80 & -10 + j8 \\ -12 - j10 & -10 + j8 & -37 - j8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 + j104 \\ -j208 \\ 0 \end{pmatrix}$$



用 MATLAB 解之得

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 17.00 - j6.60 = (18.23 \angle -21.2^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_2 = 12.41 - j17.01 = (21.05 \angle -53.9^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_3 = 5.66 - j6.05 = (8.29 \angle -46.9^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

而

$$\dot{I}_{bb} = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = -4.5861 - j10.415 = (11.38 \angle -113.8^\circ) \text{ A}$$

现在用 Proteus 软件验证上述结果。图 6-15 所示是例 6-5 的 Proteus 电路仿真图。由于 Proteus 仿真软件不能识别以欧姆 ( $\Omega$ ) 表示的电感量和电容值, 我们把它恢复成原来用 H (或 mH) 和 F (或  $\mu\text{F}$ ) 表示的形式。

$$\text{由} \quad X_L = \omega L = 2\pi fL, \quad X_C = \frac{2}{2\pi fC}$$

$$\text{有} \quad L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2 \times 3.14 \times 50}, \quad C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times X_C}$$

把  $X_{L1} = 10\Omega$ ,  $X_{L2} = 6\Omega$ ,  $X_{C1} = 8\Omega$  代入上式, 可求得

$$L_1 = 38.1\text{mH}, \quad L_2 = 19.1\text{mH}, \quad C_1 = 398\mu\text{F}$$

用  $L_1 = 38.1\text{mH}$ ,  $L_2 = 19.1\text{mH}$ ,  $C_1 = 398\mu\text{F}$  依次代替图中的阻抗  $j10\Omega$ 、 $j6\Omega$  和  $-j8\Omega$ , 输入信号是 3 个有效值均为 120V、50Hz 的交流信号, 它们的初相角依次为  $0^\circ$ 、 $+240^\circ$ 、 $+120^\circ$ 。执行开始仿真命令, 将出现如图 6-15 所示的电路仿真结果图。由图可见,  $I_1 = 18.3\text{A}$ ,  $I_2 = 21.2\text{A}$ ,  $I_3 = 8.33\text{A}$  和  $I_{bb} = 11.3\text{A}$ 。这和前面的理论计算值  $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$  和  $\dot{I}_{bb}$  的有效值是很接近的。这表明, 经 Proteus 仿真验证, 本题解答是正确的。

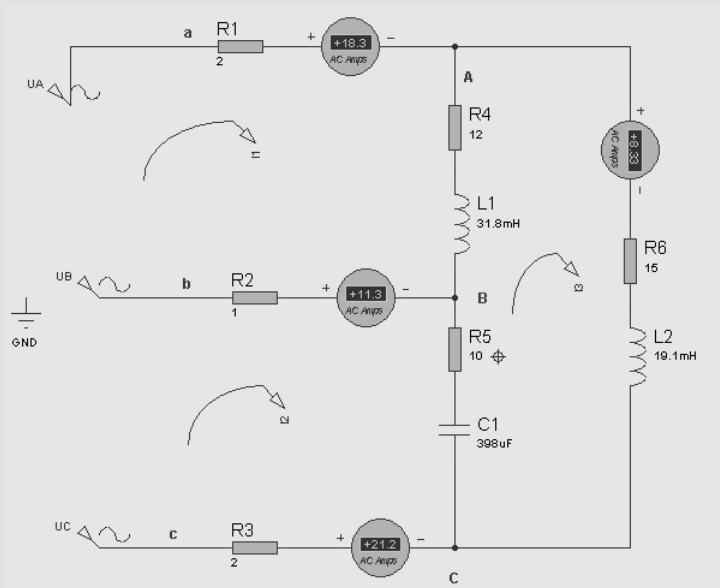


图 6-15 例 6-5 的 Proteus 电路仿真结果图



## 6.5 三相电路的功率

三相负载总的功率计算形式与负载的连接方式无关。一个三相电源输出的总有功功率等于每相电源输出的有功功率之和。即

三相总的有功功率为

$$P = P_a + P_b + P_c = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

式中,  $\varphi_A$ 、 $\varphi_B$ 、 $\varphi_C$  分别是各相的相电压与相电流的相位差。

一个三相电源输出的总无功功率等于每相电源输出的无功功率之和。即三相总的无功功率为

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C$$

三相总的视在功率为

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

如果负载对称, 则三相总有功功率、总无功功率和总视在功率分别为

$$P = 3 U_p I_p \cos \varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$

$$Q = 3 U_p I_p \sin \varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi$$

$$S = 3 U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$$

**【注意】** 负载对称时,  $\varphi$  角是负载相电压与负载相电流之间的相位差, 又是每相负载的阻抗角和功率因数角, 而不是线电压和线电流之间的相位差。

**【例 6-6】** 已知三相对称负载, 每相阻抗为  $Z = (6 + j8) \Omega$ , 三相对称电源的线电压为 380V。试求将三个单相负载分别接成星形和三角形时的三相总功率。

解: 每相阻抗

$$Z = (6 + j8) \Omega = (10 \angle 53.1^\circ) \Omega$$

星形接法时的线电流等于相电流, 即

$$I_l = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{\frac{U_l}{\sqrt{3}}}{10} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{10} = 22 \text{ A}$$

故星形接法时的三相总有功功率、总无功功率和总视在功率分别为

$$P_Y = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi = (\sqrt{3} \times 380 \times 22 \times \cos 53.1^\circ) \text{ W} = 8.68 \text{ kW}$$

$$Q_Y = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = (\sqrt{3} \times 380 \times 22 \times \sin 53.1^\circ) \text{ W} = 11.584 \text{ kvar}$$

$$S_Y = \sqrt{3} U_l I_l = (\sqrt{3} \times 380 \times 22) \text{ W} = 14.48 \text{ kVA}$$

三角形接法时的线电流等于相电流, 即

$$I_l = \sqrt{3} I_p = \sqrt{3} \times \frac{380}{10} = 66 \text{ A}$$

故三角形接法时的三相总有功功率、总无功功率和总视在功率分别为

$$P_{\Delta} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi = (\sqrt{3} \times 380 \times 66 \times \cos 53.1^\circ) \text{ W} = 26 \text{ kW}$$

$$Q_{\Delta} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = (\sqrt{3} \times 380 \times 66 \times \sin 53.1^\circ) \text{ var} = 34.752 \text{ kvar}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{3} U_l I_l = (\sqrt{3} \times 380 \times 66) \text{ VA} = 43.44 \text{ kVA}$$

上述计算结果表明, 在电源不变的前提下, 同一负载由星形接法改为三角形接法时, 三相总有功功率、总无功功率和总视在功率分别增加到原来的 3 倍。所以, 要使负载正常工作, 负载的接法必须正确。若正常工作是星形连接而误接成三角形, 将因每相负载承受过高电压, 导致功率过大而烧毁; 若正常工作是三角形连接而误接成星形, 则因功率过小而不能正常工作。



## 6.6 小结

1. 三相交流发电机产生三个频率相同, 幅值相等, 对于选定的参考方向相位依次相差  $120^\circ$  的一组正弦电压——对称三相电压。有

$$u_A = U_m \sin \omega t$$

$$u_B = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C = U_m \sin(\omega t - 240^\circ) = U_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

或

$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ, \quad \dot{U}_B = U \angle -120^\circ, \quad \dot{U}_C = U \angle +120^\circ$$

对称的三相正弦量, 其瞬时值之和为零, 相量之和也为零。

2. 对称三相电源的连接。

Y 形连接: 三相四线制, 有中线, 提供两组电压, 即线电压和相电压。线电压比相应的相电压超前  $30^\circ$ , 其值是相电压的  $\sqrt{3}$  倍; 三相三线制, 无中线, 提供一组电压。

$\Delta$  形连接: 只能是三相三线制, 提供一组电压。线电压为电源的相电压。

3. 三相负载的连接。

Y 形连接: 对称三相负载接成 Y 形, 供电电路只需三相三线制; 不对称三相负载接成 Y 形, 供电电路必须为三相四线制。每相负载的相电压对称且为线电压的  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 。中线电流  $\dot{I}_N =$

$\dot{I}_U + \dot{I}_V + \dot{I}_W$ , 三相负载对称时,  $\dot{I}_N = 0$ , 中线可以省去。

$\Delta$  形连接: 三相负载接成  $\Delta$  形, 供电电路只需三相三线制, 每相负载的相电压等于电源的线电压。无论负载是否对称, 只要线电压对称, 每相负载相电压也对称。

对于对称三相负载, 线电流为相电流的  $\sqrt{3}$  倍, 线电流比相应的相电流滞后  $30^\circ$ 。

## 4. 三相电路的功率。

当三相负载对称时，三相总有功功率、总无功功率和总视在功率分别为

$$P = 3U_p I_p \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

$$Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi$$

$$S = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$$

5. Proteus 仿真软件可用于三相交流电路的分析，对三相交流电路的相电流和线电流的有效值及相电压和线电压的有效值都可以准确测量出来，对电流或电压的位相角一般测不出来。

## 附录 A Proteus 软件用法

Proteus ISIS 是英国 Labcenter 公司开发的电路分析与实物仿真软件。它运行于 Windows 操作系统上，可以仿真、分析各种模拟器件和集成电路。该软件的特点是：①实现了单片机仿真和 SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) 电路仿真相结合，具有模拟电路仿真、数字电路仿真、单片机及其外围电路组成的系统的仿真、RS232 动态仿真、I2C 调试器、SPI 调试器、键盘和 LCD 系统仿真的功能；有各种虚拟仪器，如示波器、逻辑分析仪、信号发生器等。②支持主流单片机系统的仿真。目前支持的单片机类型有：68000 系列、8051 系列、AVR 系列等以及各种外围芯片。③提供软件调试功能。在硬件仿真系统中具有全速、单步、设置断点等调试功能，同时可以观察各个变量、寄存器等的当前状态，因此在该软件仿真系统中，也必须具有这些功能；同时支持第三方的软件编译和调试环境，如 Keil C51  $\mu$ Vision2 等软件。④具有强大的原理图绘制功能。总之，该软件是一款集单片机和 SPICE 分析于一身的仿真软件，功能极其强大。

Proteus 主要由 ISIS (Intelligent Schematic Input System) 和 ARES (Advanced Routing and Editing Software) 两部分组成，ISIS 的主要功能是原理图设计及电路原理图的交互仿真，ARES 主要用于印制电路板 (PCB) 的设计。本章介绍 Proteus ISIS 软件的原理图设计方法和 Proteus 软件的仿真调试方法。



### A.1 进入 Proteus ISIS

双击桌面上的 ISIS 7 Professional 图标，或者单击屏幕左下方的“开始”→“所有程序”→“Proteus 7 Professional”→“ISIS 7 Professional”，将出现如图 A-1 所示的屏幕，表明进入 Proteus ISIS 集成环境。



图 A-1 启动时的屏幕



## A.2 工作界面

Proteus ISIS 启动后, 将进入工作界面。Proteus ISIS 的工作界面是一种标准的 Windows 界面, 如图 A-2 所示, 包括: 标题栏、主菜单、标准工具栏、绘图工具栏、状态栏、对象选择按钮、预览对象方位控制按钮、仿真控制按钮、预览窗口、对象选择器窗口、图形编辑窗口。下面简单介绍各部分功能。



图 A-2 Proteus ISIS 的工作界面

- 1) **图形编辑窗口** 它占有的面积最大, 是用以绘制原理图的窗口。
- 2) **预览窗口** 预览窗口可以显示两个内容, 一个是在元器件列表选择一个元器件时, 显示该元件的预览图; 另一个是鼠标焦点落在图形编辑窗口时, 显示整张原理图的缩略图。
- 3) **对象选择器窗口** 对象选择器窗口用来放置从库中选出的待用元器件、终端、图表和虚拟仪器等。原理图中所用元器件、终端、图表和虚拟仪器等, 要先从库里选到这里来。表 A-1 给出了 Proteus 提供的所有元器件分类和子类列表。

表 A-1 Proteus 提供的所有元器件分类和子类列表

元件分类	元件子类
所有分类 (All Categories)	无子类

续表

元 件 分 类	元 件 子 类
模拟芯片 ( Analogy ICs)	放大器 ( Amplifiers) 比较器 ( Comparators) 显示驱动器 ( Display Drivers) 滤波器 ( Filters) 数据选择器 ( Multiplexers) 稳压器 ( Regulators) 定时器 ( Timers) 基准电压 ( Voltage References) 杂类 ( Miscellaneous)
电 容 ( Capacitors)	可动态显示充放电电容 ( Animated) 音响专用轴线电容 ( Audio Grade Axial) 轴线聚丙烯电容 ( Axial Lead Polypropene) 轴线聚苯乙烯电容 ( Axial Lead Polystyrene) 陶瓷圆片电容 ( Ceramic Disc) 去耦片状电容 ( Decoupling Disc) 普通电容 ( Generic) 高温径线电容 ( High Temp Radial) 高温轴线电解电容 ( High Temperature Axial Electrolytic) 金属化聚酯膜电容 ( Metallised Polyester Film) 金属化聚丙烯电容 ( Metallised Ploypropene) 金属化聚丙烯膜电容 ( Metallised Ploypropene Film) 小型电解电容 ( Miniture Electrolytic) 多层金属化聚酯膜电容 ( Multilayer Metallised Polyester Film) 多层陶瓷电容 ( Multilayer Ceramic) 聚酯膜电容 ( Mylar Film) 镍栅电容 ( Nickel Barrier) 无极性电容 ( Non Polarized) 聚乙烯膜片电容 ( Poly Film Chip) 聚酯层电容 ( Polyester Layer) 径线电解电容 ( Radial Electrolytic) 树脂蚀刻电容 ( Resin Dipped) 钽珠电容 ( Tantalum Bead) 薄膜电容 ( Thin Film) 可变电容 ( Variable) VX 轴线电解电容 ( VX Axial Electrolytic)
连接器 ( Connectors)	音频接口 ( Audio) D 型接口 ( D - Type) 双排插座 ( DIL) FFC/FPC 连接器 ( FFC/FPC Connectors) IDC 连接头 ( IDC Headers) 插头 ( Header Blocks) PCB 转接器 ( PCB Transfer) PCB 转接连接器 ( PCB Transition Connectors) 带状电缆 ( Ribbon Cable) 带状电缆 ( Ribbon Cable/Wire trip Connectors) 单排插座 ( SIL) 杂类 ( Miscellaneous) 插头块 ( Terminal Blocks) 安在 PCB 上的 USB 口 ( USB for PCB Mounting)
数据转换器 ( Data Converters)	模数转换器 ( A/D Converters) 数模转换器 ( D/A Converters) 光传感器 ( Light Sensors) 采样保持器 ( Sample & Hold) 温度传感器 ( Temperature Sensors)

续表

元 件 分 类	元 件 子 类
调试工具 ( Debugging Tools)	断点触发器 ( Breakpoint Triggers) 逻辑探针 ( Logic Probes) 逻辑激励源 ( Logic Stimuli)
二极管 ( Diodes)	整流桥 ( Bridge Rectifiers) 普通二极管 ( Generic) 整流管 ( Rectifiers) 肖特基二极管 ( Schottky) 开关管 ( Switching) 瞬态电压抑制器 ( Transient Suppressors) 隧道二极管 ( Tunnel) 变容二极管 ( Varicap) 稳压二极管、齐纳击穿二极管 ( Zener)
ECL 10000 系列 ( ECL 10000 Series)	各种常用集成电路
电动机械 ( Electromechanical)	各类直流和步进电动机
电感 ( Inductors)	固定电感 ( Fixed Inductors) 多层片状电感 ( Multilayer Chip Inductors) 表面安装电感 ( Surface Mount Inductors) 小型射频电感 ( Tight Tolerance RF Inductors) 普通电感 ( Generic) 贴片式电感 ( SMT Inductors) 变压器 ( Transformers)
拉普拉斯变换 ( Laplace Transformation)	一阶模型 ( 1st Order) 二阶模型 ( 2st Order) 控制器 ( Controllers) 非线性模式 ( Non - Linear) 算子 ( Operators) 极点/零点 ( Poles/Zones) 符号 ( Symbols)
电机 ( Mechanics)	无子分类
存储芯片 ( Memory ICs)	动态数据存储器 ( Dynamic RAM) 电可擦除可编程存储器 ( EEPROM) 可擦除可编程存储器 ( EPROM) I <sup>2</sup> C 总线存储器 ( I <sup>2</sup> C Memories) SPI 总线存储器 ( SPI Memories) 存储卡 ( Memory Cards) 静态数据存储器 ( Static Memories) UNI/O 存储器 ( UNI/O Memories)
微处理芯片 ( Microprocessor ICs)	68000 系列 ( 68000 Family) 8051 系列 ( 8051 Family) ARM 系列 ( ARM Family) AVR 系列 ( AVR Family) Parallax 公司微处理器 ( BASIC Stamp Modules) DSPIC33 系列 ( DSPIC33 Family) i86 系列 ( i86 Family) HC11 系列 ( HC11 Family) PIC10 系列 ( PIC10 Family) PIC12 系列 ( PIC12 Family) PIC16 系列 ( PIC16 Family) PIC18 系列 ( PIC18 Family) PIC24 系列 ( PIC24 Family) Z80 系列 ( Z80 Family) CPU 外设 ( Peripherals)



续表

元 件 分 类	元 件 子 类
杂项 (Miscellaneous ICs)	含天线、ATA/IDE 硬盘驱动模型、单节与多节电池、串行物理接口模型、晶振、动态与通用保险、模拟电压与电流符号、交通信号灯
建模源 (Modelling Primitives)	模拟 (仿真分析) (Analog (SPICE)) 数字 (缓冲器与门电路) (Digital (Buffers & Gates)) 数字 (杂类) (Digital (Miscellaneous)) 数字 (组合电路) (Digital (Combinational)) 数字 (时序电路) (Digital (Sequential)) 混合模式 (Mixed Mode) 可编程逻辑器件单元 (PLD Elements) 实时激励源 (Real-time (Actuators)) 实时指示器 (Real-time (Indicators))
运算放大器 (Operational Amplifiers)	单路运放 (Single) 二路运放 (Dual) 三路运放 (Triple) 四路运放 (Quad) 八路运放 (Octal) 理想运放 (Ideal) 大量使用的运放 (Macromodel)
光电子类器件 (Optoelectronics)	14 段数码管 (14-Segment Displays) 16 段数码管 (16-Segment Displays) 7 段数码管 (7-Segment Displays) 英文字符与数字符号液晶显示器 (Alphanumeric LCDs) 条形显示器 (Bargraph Displays) 点阵显示器 (Dot Matrix Displays) 图形液晶 (Graphical LCDs) 灯 (Lamps) 液晶控制器 (LCD Controllers) 液晶面板显示器 (LCD Panels Displays) 发光二极管 (LEDs) 光耦元件 (Optocouplers) 串行液晶 (Serial LCDs)
具有串行下载的 微处理器芯片 (PICAXE)	具有串行下载的微处理器芯片 (PICAXE ICs)
可编程逻辑电路与 现场可编程门阵列 (PLD & FPGA)	无子分类
电阻 (Resistors)	0.6W 金属膜电阻 (0.6W Metal Film) 10W 绕线电阻 (10W Wirewound) 2W 金属膜电阻 (2W Metal Film) 3W 绕线电阻 (3W Wirewound) 7W 绕线电阻 (7W Wirewound) 片电阻 (Chip Resistors) 通用电阻 (Generic) 高压电阻 (High Voltage) 负温度系数热敏电阻 (NTC) 电阻网络 (Resistor Network) 排阻 (Resistor Packs) 滑动变阻器 (Variable) 可变电阻 (Varistors)
仿真源 (Simulator Primitives)	触发器 (Flip-Flops) 门电路 (Gates) 电源 (Sources)

续表

元 件 分 类	元 件 子 类
扬声器与音响设备 (Speakers & Sounders)	无子分类
开关与继电器 (Switchers & Relays)	键盘 (Keypads) 普通继电器 (Generic Relays) 专用继电器 (Specific Relays) 按键与拨码开关 (Switches)
开关器件 (Switching Devices)	双端交流开关元件 (DIACs) 普通开关元件 (Generic) 可控硅 (SCRs) 三端可控硅 (TRIACs)
热阴极电子管 (Thermionic Valves)	二级真空管 (Diodes) 三级真空管 (Triodes) 四级真空管 (Tetrodes) 五级真空管 (Pentodes)
转换器 (Transducers)	湿度温度传感器 (Humidity/Temperature) 光敏电阻器 (Light Dependent Resistor, LDR) 压力传感器 (Pressure) 温度传感器 (Temperature)
晶体管 (Transistors)	双极性晶体管 (Bipolar) 普通晶体管 (Generic) 绝缘栅场效应管 (Insulated Gate Bipolar Transistors, IGBT) 结型场效应晶体管 (JFET) 金属-氧化物半导体场效应晶体管 (MOSFET) 射频功率 LDMOS 晶体管 (RF Power LDMOS) 射频功率 VDMOS 晶体管 (RF Power VDMOS) 单结晶体管 (Unijunction)
CMOS 4000 系列 (CMOS 4000 Series) TTL 74 系列 (TTL 74 Series) TTL 74 增强型低功耗肖特基系列 (TTL 74ALS Series) TTL 74 增强型肖特基系列 (TTL 74AS Series) TTL 74 高速系列 (TTL 74F Series) TTL 74HC 系列/CMOS 工作电平 (TTL 74HC Series) TTL 74HCT 系列/TTL 工作电平 (TTL 74HCT Series) TTL 74 低功耗肖特基系列 (TTL 74LS Series) TTL 74 肖特基系列 (TTL 74S Series)	加法器 (Adders) 缓冲器/驱动器 (Buffers & Drivers) 比较器 (Comparators) 计数器 (Counters) 译码器 (Decoders) 编码器 (Encoders) 触发器/锁存器 (Flip-Flop & Latches) 分频器/定时器 (Frequency Dividers & Timers) 门电路/反相器 (Gates & Inverters) 存储器 (Memory) 杂类逻辑芯片 (Misc. Logic) 数据选择器 (Multiplexers) 多谐振荡器 (Multivibrators) 振荡器 (Oscillators) 锁相环 (Phase-Locked-Loops, PLLs) 寄存器 (Registers) 信号开关 (Signal Switches) 收发器 (Transceivers)




**4) 模式选择工具栏** 该工具栏包括主模式图标、部件图标和 2D 图形工具图标。各模式图标所具有的功能如表 A-2 所示。

表 A-2 各模式图标功能



类 别	图 标	功 能
主模式图标		选择元件器
		在原理图中放置连接点
		在原理图中放置或编辑连线标签
		在原理图中输入新的文本或者编辑已有文本
		在原理图中绘制总线
		在原理图中放置子电路框图或者放置子电路元器件
		即时编辑选中的元器件
部件图标		使对象选择器列出可供选择的各种终端（如输入、输出、电源等）
		使对象选择器列出 6 种常用的元件引脚，用户也可从引脚库中选择其他引脚
		使对象选择器列出可供选择的各种仿真分析所需要的图表（如模拟图表、数字图表、A/C 图表等）
		对原理图电路进行分割仿真时采用此模式，用来记录前一步仿真的输出，并作为下一步仿真的输入
		使对象选择器列出各种可供选择的模拟和数字激励源（如直流电源、正弦激励源、稳定状态逻辑电平、数字时钟信号源和任意逻辑电平序列等）
		在原理图中添加电压探针，用来记录原理图中该探针处的电压值，可记录模拟电压值或者数字电压的逻辑值和时长
		在原理图中添加电流探针，用来记录原理图中该探针处的电压值，只能用于记录模拟电路的电流值
		使对象选择器列出各种可供选择的虚拟仪器（如示波器、逻辑分析仪、定时/计数器等）
2D 图形 工具图标		使对象选择器列出可供选择的连线的各种样式，用于在创建元器件时画线或直接在原理图中画线
		使对象选择器列出可供选择的方框的各种样式，用于在创建元器件时画方框或直接在原图中画方框
		使对象选择器列出可供选择的圆的各种样式，用于在创建元器件时画圆或在原理图中画圆
		使对象选择器列出可供选择的弧线的各种样式，用于在创建元器件时画弧线或在原理图中画弧线
		使对象选择器列出可供选择的任意多边形的各种样式，用于在创建元器件时画任意多边形或在原理图中画任意多边形
		使对象选择器列出可供选择的文字的各种样式，用于在原理图中插入文字说明
		用于从符号库中选择符号元器件
		使对象选择器列出可供选择的各种标记类型，用于在创建或编辑元器件、符号、各种终端和引脚时，产生各种标记图标

5) 预览对象方位控制按钮 对象方位控制按钮功能如表 A-3 所示。

表 A-3 对象方位控制按钮功能





类 别	按 钮	功 能
旋转按钮		对原理图编辑窗口中选中的方向性对象以 90°间隔顺时针旋转（或在对象放入原理图之前）
		对原理图编辑窗口中选中的方向性对象以 90°间隔逆时针旋转（或在对象放入原理图之前）
编辑框		该编辑框可直接输入 90°、180°、270°，逆时针旋转相应角度改变对象在放入原理图之前的方向，或者显示旋转按钮对选中对象改变的角度值

续表

类 别	按 钮	功 能
镜像按钮		对原理图编辑窗口中选中的对象或者放入原理图之前的对象以 $Y$ 轴为对称轴进行水平镜像操作
		对原理图编辑窗口中选中的对象或者放入原理图之前的对象以 $X$ 轴为对称轴进行垂直镜像操作

6) 仿真控制按钮 仿真控制按钮功能如表 A-4 所示。

表 A-4 仿真控制按钮功能

类 别	按 钮	功 能
仿真控制按钮		开始仿真
		单步仿真, 单击该按钮, 则电路按预先设定的时间步长进行单步仿真, 如果选中该按钮不放, 电路仿真一直持续到松开该按钮
		可以暂停或继续仿真过程, 也可以暂停仿真之后以单步仿真形式继续仿真, 程序设置断点之后, 仿真过程也会暂停, 可以单击该按钮, 继续仿真
		停止当前的仿真过程, 使所有可动状态停止, 模拟器不占用内存



## A.3 Proteus ISIS 电路原理图设计

Proteus 软件可用于模拟电路仿真和数字电路仿真, 以下例子虽属数字电路, 其方法完全适用于模拟电路。现在以十进制同步可逆计数器 74LS190 功能测试电路原理图为例, 说明 Proteus 电路原理图画法, 如图 A-3 所示。

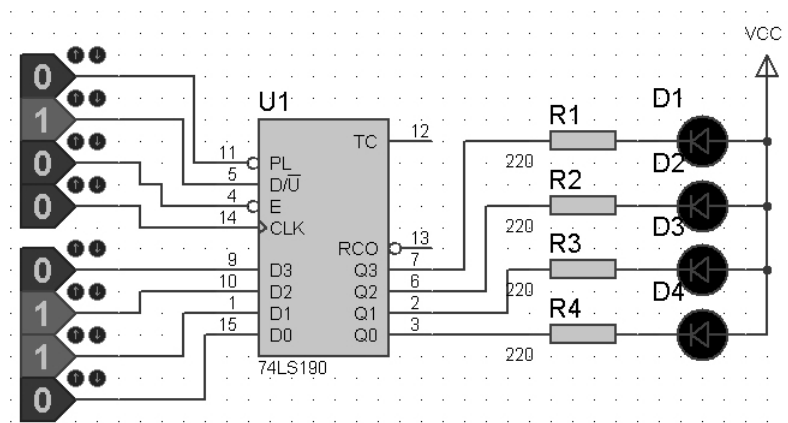


图 A-3 十进制同步可逆计数器 74LS190 功能测试电路原理图

### 1. 新建设计文件

打开 Proteus ISIS 工作界面, 执行菜单命令“文件”→“新建设计”, 弹出选择模板窗口, 从中选择“DEFAULT”模板, 单击“确定”按钮, 然后单击“保存设计”按钮, 弹出如图 A-4 所示的“保存 ISIS 设计文件”对话框。在“保存在”栏中选择保存路径, 在“文

件名”栏中输入“abc1”后，单击“保存”按钮，则完成了新建设计文件的保存，文件自动保存为“abc1.DSN”。文件的扩展名为“DSN”，如图 A-5 所示。

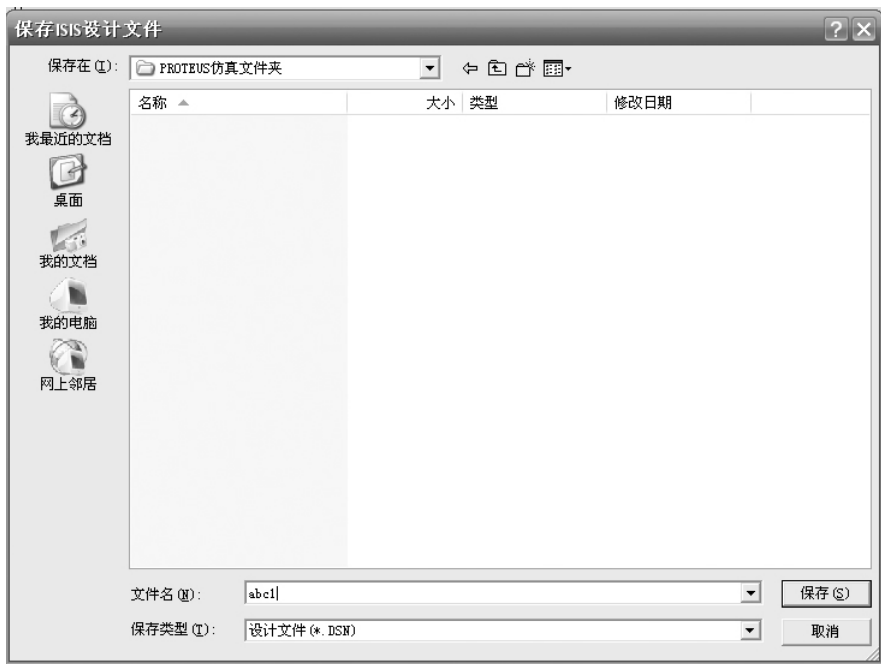


图 A-4 “保存 ISIS 设计文件”对话框



图 A-5 文件自动保存为“abc1.DSN”

## 2. 元件选择

在绘制原理图前，应将图中所用元器件从库中选择出来。同一个元器件不管图中用多少次，只取一次。从库中选择元器件时，可输入所需元件的全称或者部分名称，元件拾取窗口可以进行快速查询。为了快速选取元件，可以到前面已给出的表 A-1 中查找。

单击图 A-2 中对象选择器窗口上方的“P”按钮，弹出“Pick Devices”对话框，如图 A-6 所示。

**1) 添加 74LS190** 在“Pick Devices”对话框“关键字”栏中输入“74LS190”，然后从“结果”列表中选择所需要的型号。此时在元器件的预览窗口中分别显示出元器件的原理图和封装图，如图 A-7 所示。单击“确定”按钮或直接双击“结果”列表中的“74LS190”都可将选中的元器件添加到对象选择器。



图 A-6 “Pick Devices” 对话框

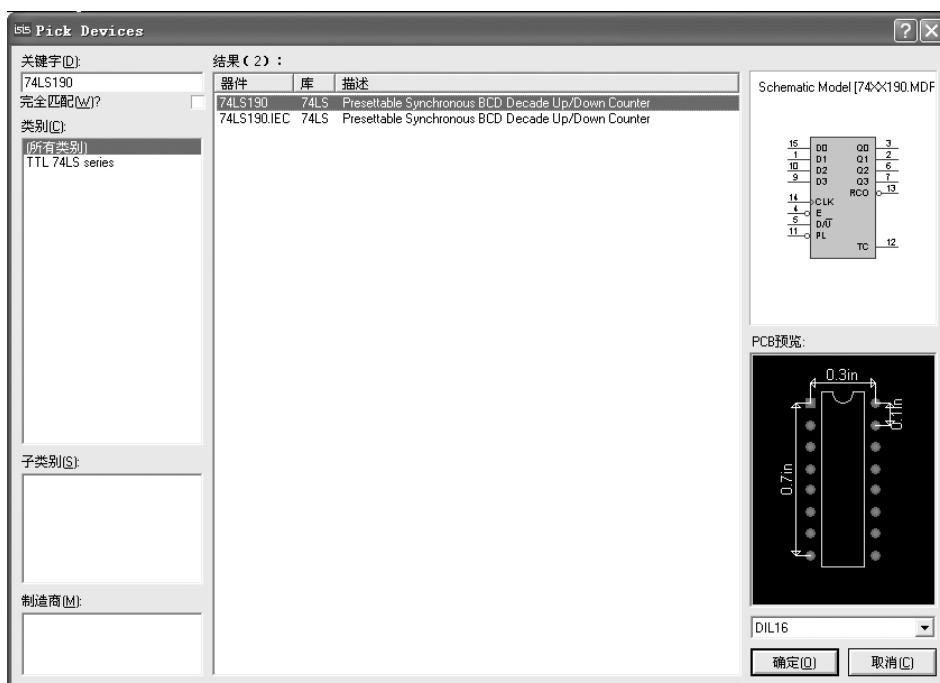


图 A-7 添加 74LS190

2) 添加发光二极管 打开“Pick Devices”对话框，在“关键字”栏中输入“led - yellow”（黄色），“结果”列表中只有一只黄色 LED，如图 A-8 所示。双击该器件，将其添加到对象选择器。

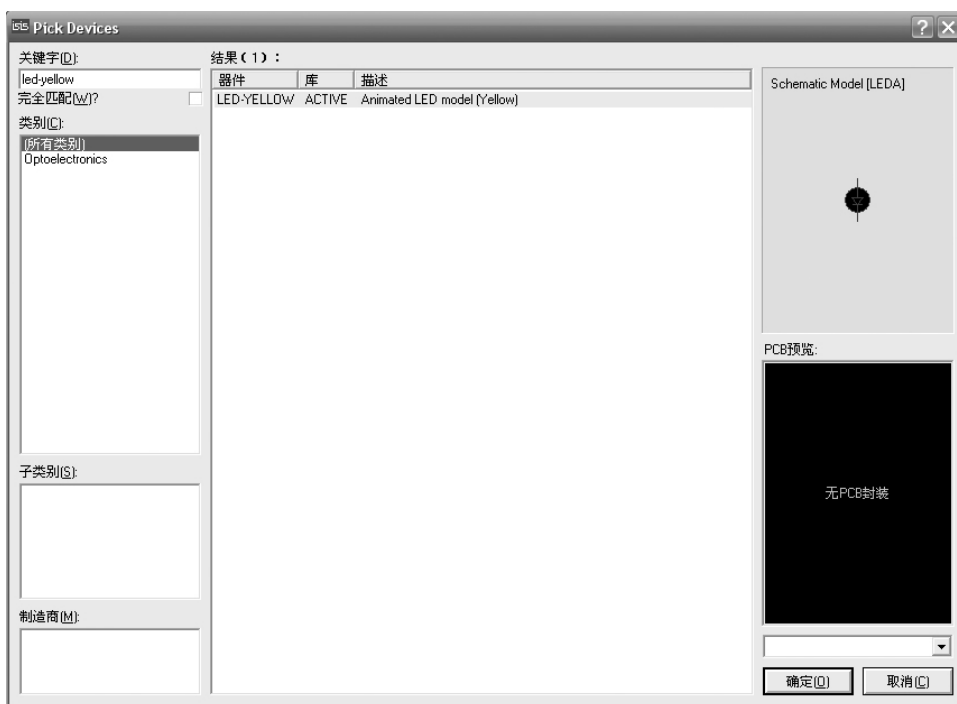


图 A-8 添加黄色 LED

3) 添加电阻 打开“Pick Devices”对话框，在“关键字”文本框中输入“resistors 220r”，“结果”列表中出現多只电阻，如图 A-9 所示。在“结果”列表中双击“220R 0.6W…”电阻，将其添加到对象选择器。

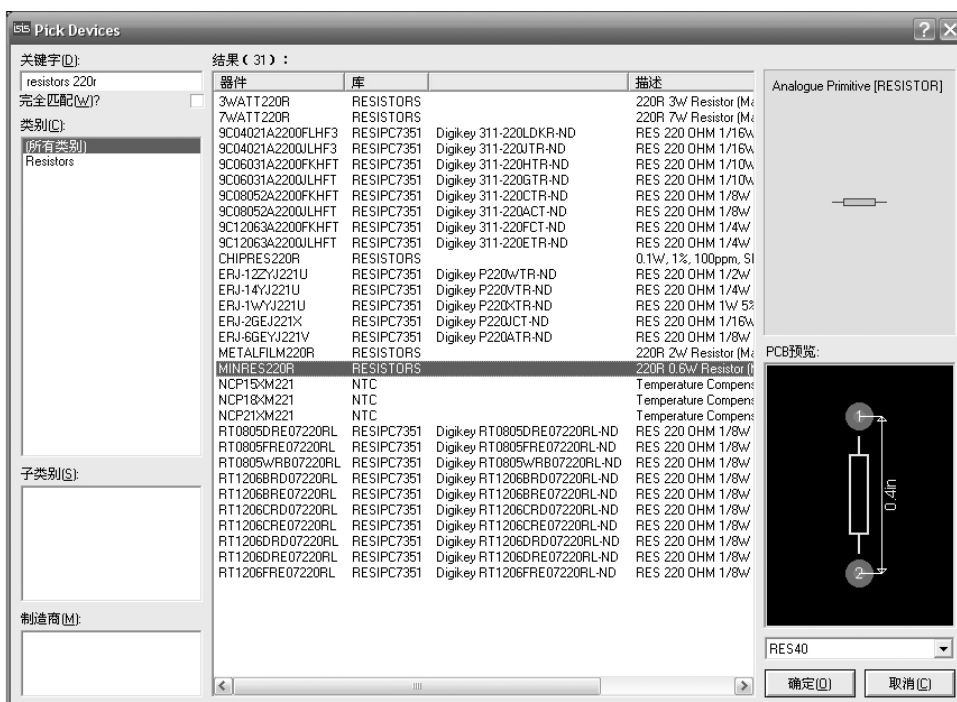


图 A-9 添加“220R 0.6W…”电阻

4) 添加“逻辑状态”调试元件 打开“Pick Devices”对话框，在“关键字”文本框中输入“LOGIC”，“结果”列表中出现多只调试元件，如图 A-10 所示。在“结果”列表中双击“LOGICSTATE…”项，将其添加到对象选择器。

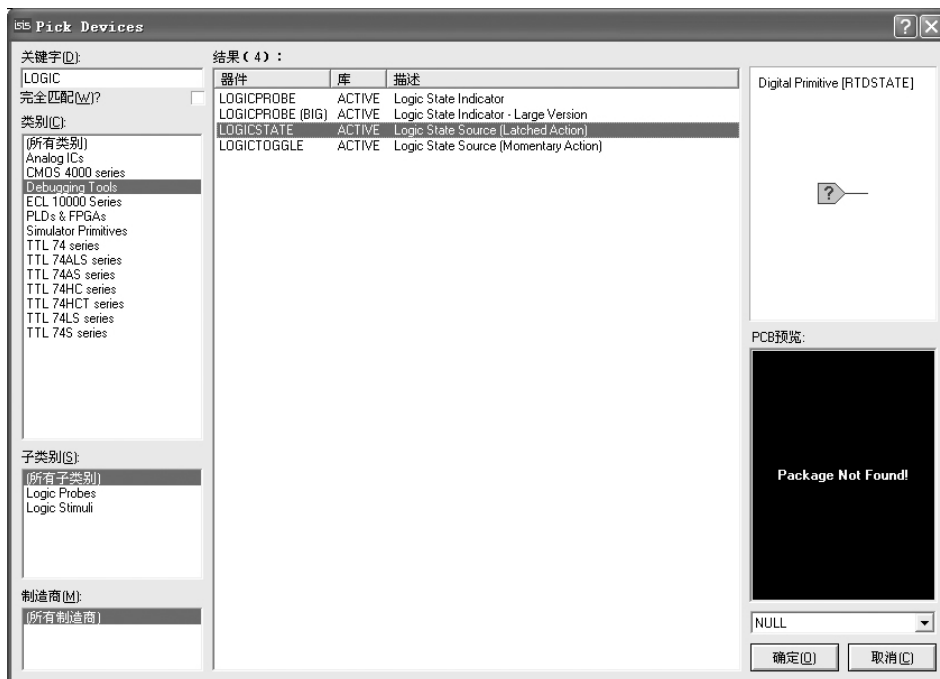


图 A-10 添加“逻辑状态”调试元件

至此，对象选择器中已有四个元器件，这四个元器件就是本例中涉及的元器件——计数器（74LS190）、黄色发光二极管（LED - YELLOW）、0.6W/220Ω 电阻（MINRES220R）和“逻辑状态”调试元件（LOGICSTATE），如图 A-11 所示。

### 3. 放置元件

1) 放置 74LS190 放置元件是将对象选择器中的元器件放到原理图编辑区。在对象选择器中，单击“74LS190”，然后将光标移入原理图编辑区，在任意位置单击鼠标左键，即可出现一个随光标浮动的元器件原理图符号。移动光标到适当的位置单击鼠标左键即可完成该元件的放置，如图 A-12 所示。

2) 器件的移动、旋转和删除 用鼠标右键单击计数器 74LS190，弹出如图 A-13 所示的快捷菜单。此快捷菜单中有移动、以各种方式旋转和删除等命令。根据需要用这些命令把元器件以适当的姿态放到图中适当位置，本例中 74LS190 只需移到适当的位置即可。

用类似的方法可以把发光二极管、电阻和“逻辑状态”调试元件也以适当的姿势放到图中适当的位置。

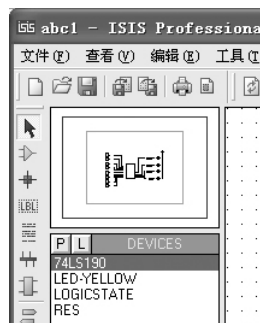


图 A-11 对象选择器中的元器件列表



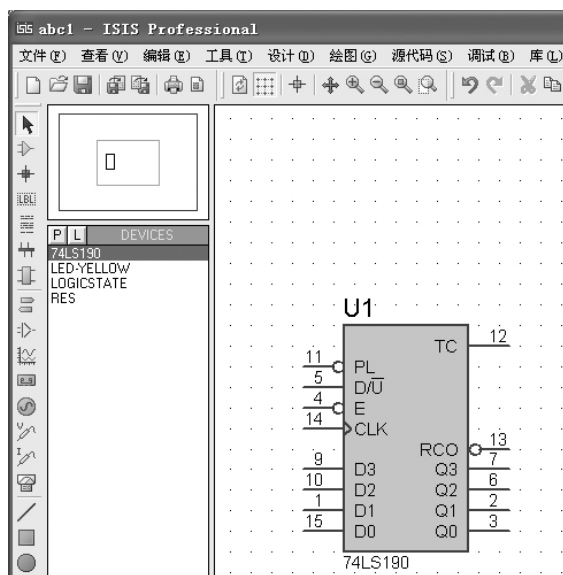



图 A-12 放置好的计数器 74LS190 符号



图 A-13 用鼠标右键单击计数器 74LS190 弹出的快捷菜单

#### 4. 放置电源和地

单击部件工具箱中的终端按钮，则在对象选择器中显示各种终端。从中选择“POWER”终端，可在预览窗口中看到电源的符号，如图 A-14 所示。

用上面介绍过的方法将此符号放到原理图的适当位置。需要“地”的符号时，则选择“GROUND”项。在电源终端符号上双击鼠标左键，在弹出的“Edit Terminal Label”对话框内“标号”文本框中输入“VCC”，如图 A-15 所示。最后单击“确定”按钮完成电源终端的放置。

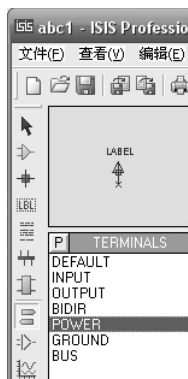




图 A-14 预览窗口中看到电源的符号



图 A-15 电源符号的放置

## 5. 连线

将光标靠近一个对象的引脚末端，该处将自动出现一个红色小方块。单击左键，拖动鼠标，放在另一个对象的引脚末端，该处再出现一个红色小方块时，再单击左键，就可以在上述两个引脚末端画出一根连线来。如在拖动鼠标画线时，需要拐弯，只需在拐弯处单击左键一下即可。连线工作完成后的电路原理图如图 A-16 所示。

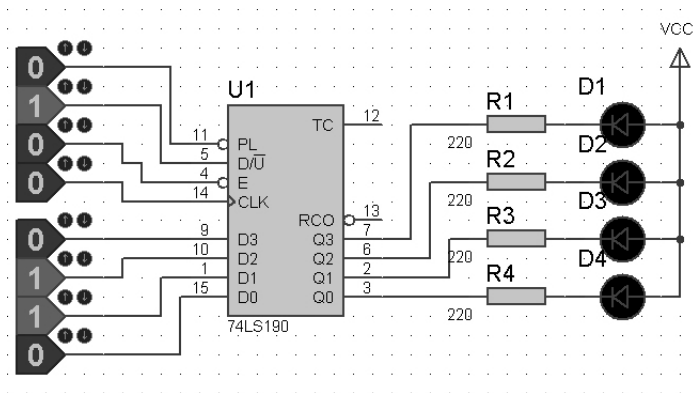


图 A-16 连线工作完成后的电路原理图

## 6. 设置、修改元件属性

在需要修改其属性的元器件上双击鼠标左键，即可弹出“编辑元件”对话框，在此对话框中设置或修改元件属性。例如，要修改图中 R1 电阻的阻值为 470R，如图 A-17 所示。



图 A-17 修改元件属性

## 7. 电气规则检查

设计完电路原理图后，执行菜单命令“工具”→“电气规则检查”，弹出电气规则检查结果对话框，如图 A-18 所示。如果电气规则无误，则系统会给出“No ERC errors found”的信息。如果电气规则有误，则系统会给出“ERC errors found”的信息，并指出错误所在。图 A-18 给出“No ERC errors found”的信息，表明电气规则无误。

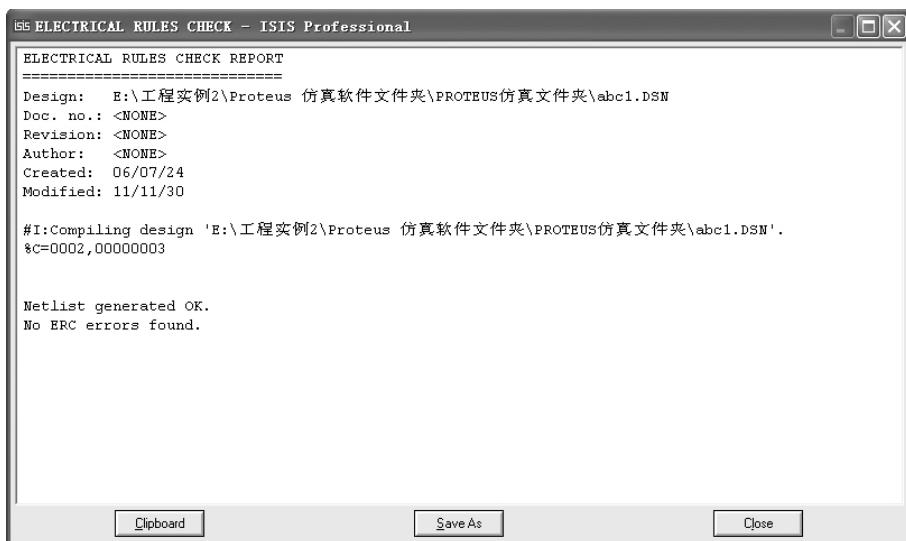



图 A-18 电气规则检查结果对话框

## 8. 仿真运行

电路原理图画好并检查通过后，就可以仿真运行。单击图形左下方 4 个仿真按钮中的第一个运行仿真按钮 ，系统会启动仿真，仿真效果如图 A-19 所示。

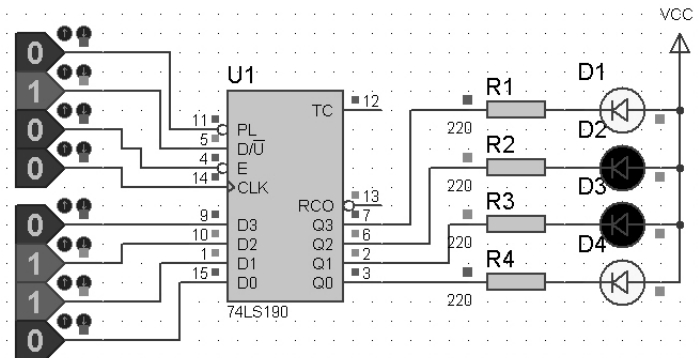



图 A-19 十进制同步可逆计数器 74LS190 功能测试效果图

## 9. 文件的保存

电路原理图画完后应保存起来，如果在前面已输入了保存文件名（其扩展名是 DSN），则单击“文件”→“保存设计”命令就行了。或者单击一下保存图标  也可。

至此，完成了一个简单的原理图的设计。



## A.4 Proteus ISIS 原理图设计中若干注意事项

**【设定图纸大小】** 在画图之前，一般要设定图纸大小。Proteus ISIS 默认的图纸尺寸是

A4。如要改变这个图纸尺寸，比如要改为 A3，可执行菜单命令“系统”→“设计图纸大小”，在弹出的“Sheet Size Configuration”对话框内 A3 后的菱形框中，用鼠标左键点一下，选中 A3，然后单击“确定”按钮即可，如图 A-20 所示。

【设定网格单位和如何去掉网格】如图 A-21 所示，执行菜单命令“查看”→“Snap 0.1in”可将网格单位设定为 100th (0.1in = 100th)。若需要对元件作更精确的移动，可将网格单位设定为 50th 或 10th。

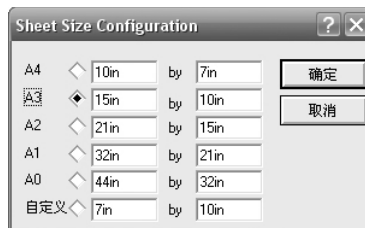


图 A-20 图纸尺寸选择对话框

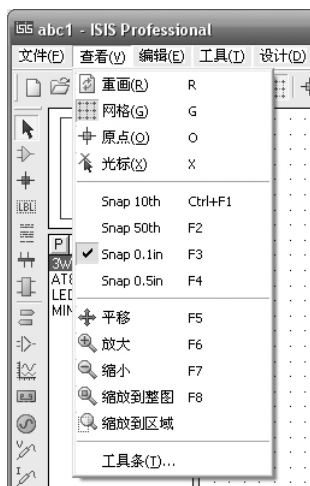


图 A-21 网格单位的设定

有时候，绘制好的原理图中不需要看到网格，如何去掉网格呢？很简单，只需在图 A-21 中，单击一下“网格”，原理图中就看不到网格了。当然，再单击一下“网格”，就又能看到网格了。

【去掉图纸上的 < TEXT >】绘制好原理图后，图纸上所有元件的旁边都会出现 < TEXT >，这时可执行菜单命令“模板”→“设置设计默认值”，在打开的窗口中取消选中“显示隐藏文本？”，即可快速隐藏所有 < TEXT >。

【去掉对象选择器中不用的元件】在设计电路原理图的过程中，有时，对象选择器中多选了元器件，绘制原理图时并没有用；或者起先用过，后来删掉了。现在想把这些未用的元器件从对象选择器中去掉，有两种方法：一是一个一个地去，把光标移到对象选择器中待删元件名称上，用右键单击一下，在弹出的对话框内选择“删除”，再单击“确定”按钮就把待删元件删除了；二是批量地去，把光标移到对象选择器中空白处，用右键单击一下，在弹出的对话框内选择“整理”，再单击“确定”按钮就把对象选择器中所有不用的元件同时删除了，如图 A-22 所示。

【用新元件代替电路原理图中的旧元件】电路原理图绘制好后，有时出于调试的需要，要把某一元件换掉。方法是：从对象选择器中选取新元件，移动鼠标，使新元件跟着移动，放到待更换的旧元件上面，使两者上下左右都对齐，单击左键，在弹出的对话框内单击“确定”按钮，新元件就把电路原理图中的旧元件代替了。假如要用如图 A-23 所示的芯片 74LS161 替换如图 A-24 所示原理图中的 74LS160，先把 74LS161 放在 74LS160 的背上并对齐，单击左键，在弹出的如图 A-25 所示的“替换器件？”对话框内单击“确定”按钮，就完成替换。



图 A-22 对象选择器中弹出的对话框

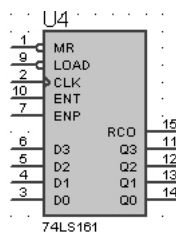


图 A-23 74LS161

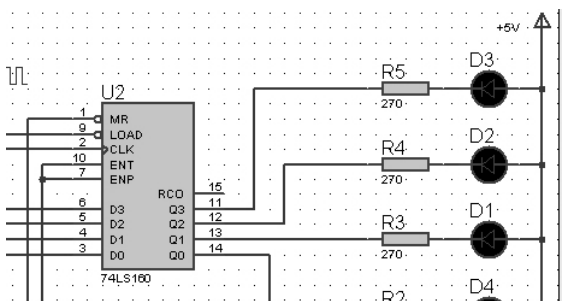


图 A-24 原理图中的 74LS160



图 A-25 “替换器件?”对话框

**【注意】**在替换之前，代换元件的引脚排列要和被代换元件的一致。另外，ISIS 在替换元件的同时将保留电路替换前的连线方式。



## A.5 Proteus VSM 仿真工具简介

通过 Proteus ISIS 软件的 VSM (虚拟仿真技术)，用户可以对模拟电路、数字电路以及单片机系统连同所有外围接口电路一起仿真。为了达到这一目的，Proteus ISIS 软件配备了探针、虚拟仪器、信号源 (又称激励源) 和仿真图表等仿真工具。以下对这些仿真工具作简要介绍。

### 1. 仿真工具简介

**1) 探针** 探针共有两种：电压探针和电流探针。探针在电路仿真时被用来记录它所连接的网路的状态。

**2) 虚拟仪器** 虚拟仪器共有 12 种。它们是示波器 (Oscilloscope)、逻辑分析仪 (Logic Analyser)、定时器/计数器 (Counter Timer)、虚拟终端 (Virtual Terminal)、SPI 调试器 (SPI Debugger)、I2C 调试器 (I2C Debugger)、信号发生器 (Signal Generator)、图形发生器 (Pattern Generator)、直流电压表 (DC Voltmeter)、直流电流表 (DC Ammeter)、交流电压表 (AC Voltmeter)、交流电流表 (AC Ammeter)。

**3) 信号源 (又称激励源)** 激励源共有 14 种。它们是直流电压源 (DC)、正弦信号

源 (SINE)、脉冲信号源 (PULSE)、指数波形信号源 (EXP)、频率调制信号 (SFFM)、手工勾画任意波形 (PWLIN)、数据文件波形 (FILE)、音频信号发生器 (AUDIO)、数字单稳态逻辑电平发生器 (DSTATE)、单边沿信号发生器 (DEDGE)、单周期数字脉冲发生器 (DPULSE)、数字时钟信号发生器 (DCLOCK)、数字序列信号发生器 (DPATTERN)、可定义波形的信号发生器 (SCRIPTABLE)。

**4) 仿真图表** 仿真图表共有 13 种。它们是模拟图表 (ANALOGUE)、数字图表 (DIGITAL)、混合模式图表 (MIXED)、频率图表 (FREQUENCY)、传输图表 (TRANSFR)、噪声分析图表 (NOISE)、失真分析图表 (DISTORTION)、傅里叶分析图表 (FOURIER)、音频图表 (AUDIO)、交互式分析图表 (INTERACTIVE)、性能分析图表 (CONFORMANCE)、DC 扫描分析图表 (DC SWEEP)、AC 扫描分析图表 (AC SWEEP)。以下在这些仿真工具中选几种常用的作一简要介绍。

## 2. 示波器 (Oscilloscope)

示波器是虚拟仪器的一种。单击工具栏中的“虚拟仪器”按钮，在弹出的“INSTRUMENTS”窗口中，单击“Oscilloscope”，再在电路原理图编辑窗口中单击，添加示波器，虚拟示波器图标如图 A-26 所示。将示波器和被测点连接好，并单击“运行”按钮后，将弹出虚拟示波器界面，如图 A-27 所示。

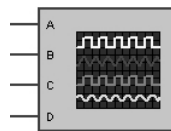


图 A-26 虚拟示波器图标

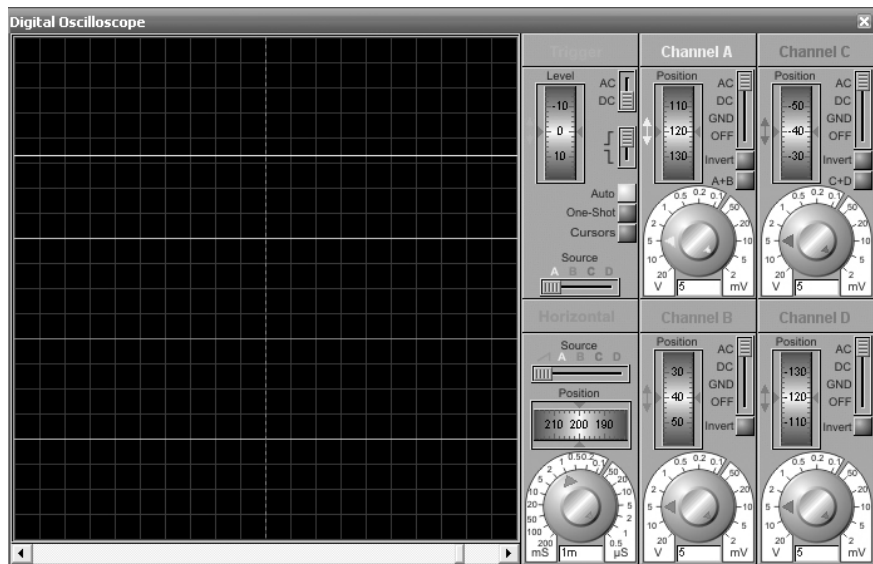


图 A-27 虚拟示波器界面

### 1) 示波器的功能

- (1) 4 通道 A、B、C、D，波形分别用黄、蓝、红、绿表示。
- (2) 20 ~ 2mV/div 的可调增益。
- (3) 扫描速度为 200 ~ 0.5  $\mu$ s/div。
- (4) 可选择 4 通道中的任一通道作为同步源。
- (5) 交流或直流输入。

## 2) 示波器的应用

虚拟示波器和真实示波器的使用方法类似。

- (1) 按照电路属性设置扫描速度，用户可以看到所测量电路的波形。
- (2) 如果被测信号有交流分量，则在相应的输入通道选择 AC (交流) 工作方式。
- (3) 调整增益，以便在示波器上显示适当大小的波形。
- (4) 调节垂直位移滑轮，以便在示波器上显示适当位置的波形。
- (5) 拨动相应的通道定位选择按钮，再调节水平定位和垂直定位，以便观察波形。

## 3) 示波器的工作方式 虚拟示波器有三种工作方式。

- (1) 单踪工作方式。
- (2) 双踪工作方式。
- (3) 叠加工作方式。


## 4) 示波器的触发 虚拟示波器具有自动触发功能，使得输入波形可以和时基同步。

- (1) 可以在 A、B、C、D 4 通道中选择任一通道作为触发器。
- (2) 触发旋钮的刻度表是 360° 循环可调，以方便操作。
- (3) 每个输入通道可以选择 DC (直流)、AC (交流)、接地三种方式，并可选择 OFF 将其关闭。
- (4) 设置触发方式为上升时，触发范围为上升的电压；设置触发方式为下降时，触发范围为下降的电压。如果超过一个时基的时间内没有触发发生，将会自动扫描。

## 3. 电压表 (Voltmeter) 和电流表 (Ammeter)

Proteus ISIS 提供了直流电压表 (DC Voltmeter)、直流电流表 (DC Ammeter)、交流电压表 (AC Voltmeter) 和交流电流表 (AC Ammeter)。这些虚拟的交、直流电压表和电流表可直接连接到电路中进行电压或电流的测量。

电压表和电流表的使用步骤如下：

- (1) 单击工具栏中的“虚拟仪器”按钮，在弹出的“INSTRUMENTS”窗口中单击“DC Voltmeter”、“DC Ammeter”、“AC Voltmeter”或“AC Ammeter”，再在电路原理图编辑窗口中单击，将电压表和电流表添加到原理图编辑窗口中去，如图 A-28 所示。根据需要将电压表和电流表与被测电路连接好。

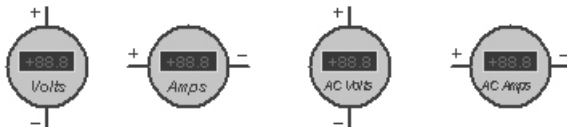


图 A-28 虚拟交直流电压表和电流表

- (2) 用鼠标左键双击电压表或电流表，打开电压表和电流表编辑对话框，如图 A-29 所示。这里是一个编辑直流电压表对话框。根据测量要求，设置相应选项。

选择不同的电压表或电流表时，其对话框也有所不同，如编辑直流电压表有设置内阻一项，编辑直流电流表就没有；编辑交流电压表有时间常数 (Time Constant) 一项，直流电压表就没有，等等。电压表的显示单位有伏特 (Volts)、毫伏 (Millivolts) 和微伏 (Microvolts)，电流表的显示单位有安培 (Amps)、毫安 (Milliamps) 和微安 (Microamps)。



图 A-29 直流电压表编辑对话框

(3) 退出编辑对话框，单击仿真按钮，即可进行电压或电流的测量。



## A.6 用 Proteus 软件对电路作交互式仿真

Proteus 软件有两种仿真方式：交互式仿真和基于图表的仿真。交互式仿真可用来检验用户所设计的电路的功能，包括电路是否能正常工作；基于图表的仿真用来研究电路的工作状态和进行细节的测量。交互式仿真包括以下的三个例子。

- (1) 验证直流回路中的欧姆定律。
- (2) 电压基准源 AD780 应用电路。
- (3) 电容充放电回路。

### A.6.1 验证直流回路中的欧姆定律

#### 1. 验证欧姆定律的直流回路

如图 A-30 所示是验证欧姆定律的直流回路，图中电源电压 BAT1 = 12V，电位器 RV1 = 100Ω，SW1 为接通电源的开关，F1 为熔丝，俗称保险丝，熔断电流为 1A，图中的虚拟直流电压表和虚拟直流电流表用于测量电路中的电压、电流。

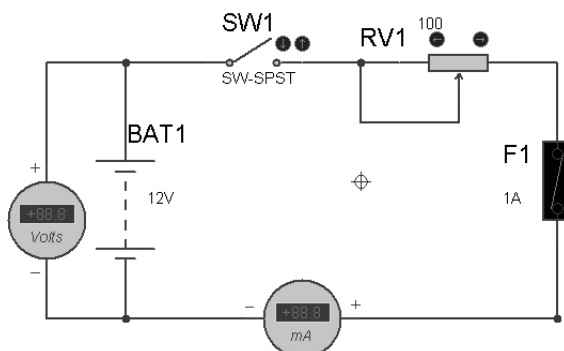


图 A-30 验证欧姆定律的直流回路



## 2. 画出该直流回路的步骤

1) 元件选择 在画原理图之前, 应将图中所用元件从库中选择出来。从库中选择元件时, 可输入所需元件的全称或者部分名称, 在元件拾取窗口可以进行快速查询。

首先, 要做的是把电位器 RV1 从元件库中选择出来。方法是: 单击对象选择器窗口上方的“P”按钮, 弹出“Pick Devices”对话框。在对话框“关键字”栏中输入“resistor”, 在“类别”栏中单击一下“Resistor”项, 在“子类别”下单击一下“Variable”项, 会显示出多个结果的列表, 从列表中找到“POT - LIN”项后, 双击一下, “POT - LIN”元件就被选到对象选择器中了, 如图 A-31 所示。

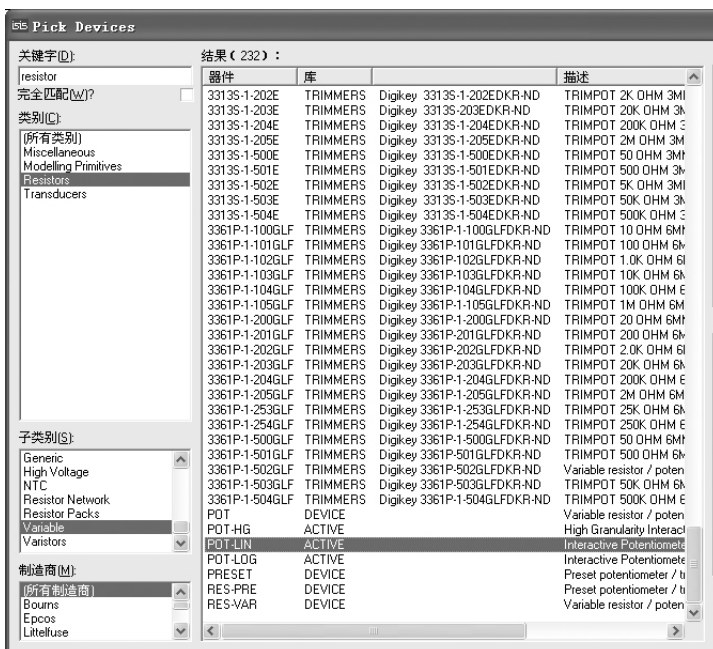


图 A-31 把“POT - LIN”元件选入对象选择器

其次, 按照上述方法, 添加电源仿真元件 BAT1 到对象选择器, 如图 A-32 所示。

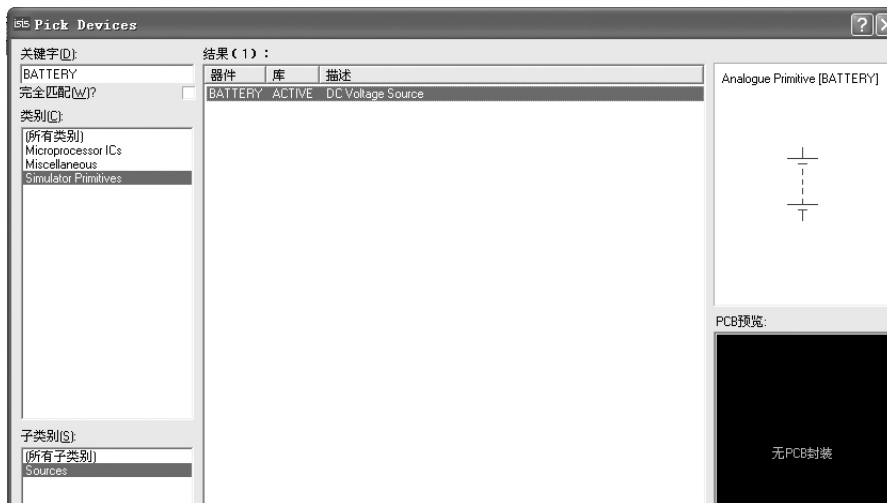


图 A-32 把“BATTERY”元件添入对象选择器

再次，添加熔丝仿真元件 F1 到对象选择器，如图 A-33 所示。

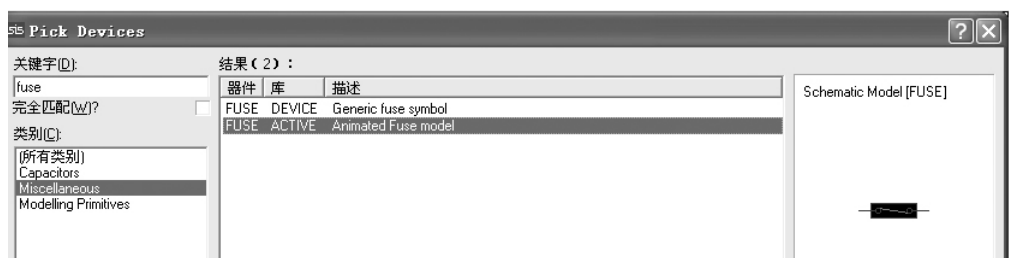


图 A-33 添加熔丝仿真元件到对象选择器

最后，添加开关仿真元件 SW1 到对象选择器，如图 A-34 所示。

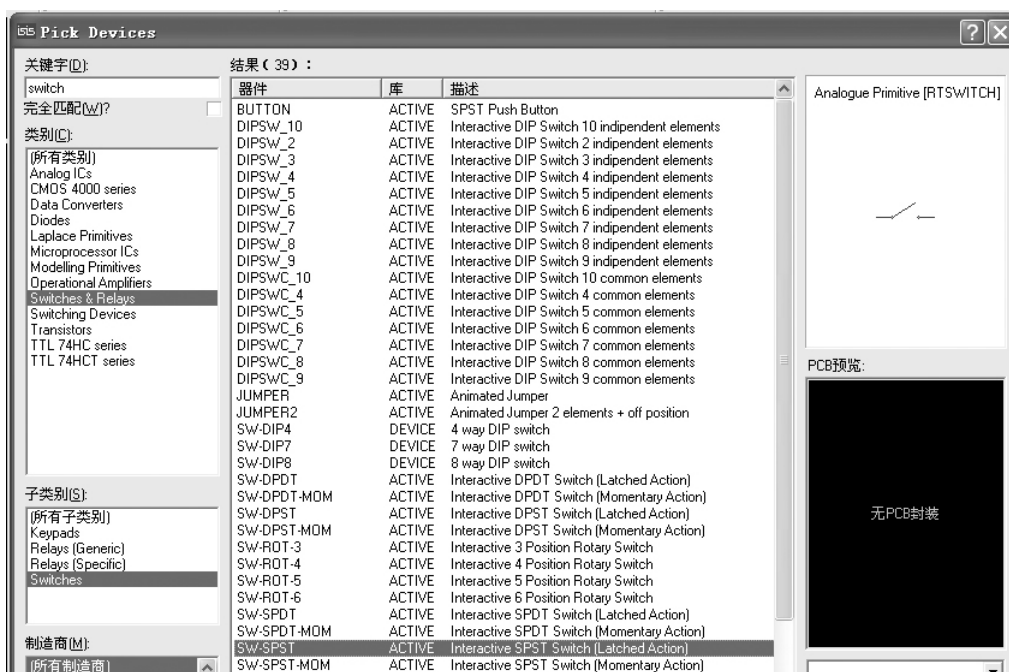


图 A-34 添加开关仿真元件 SW1 到对象选择器

此时，对象选择器中将列出所有元件，如图 A-35 所示。



图 A-35 对象选择器中列出所有选择元件

2) 把元件“搬运”到原理图编辑窗口 从对象选择器选择相应的元件,在原理图编辑窗口单击,此时系统处于放置模式。移动鼠标,元件将随着鼠标的移动而移动,如图 A-36 所示。

在期望放置元件的位置单击鼠标左键放置元件,放置结果如图 A-37 所示。

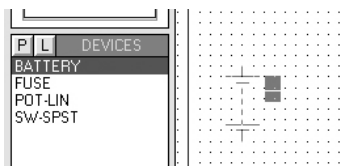


图 A-36 添加元件到编辑窗口

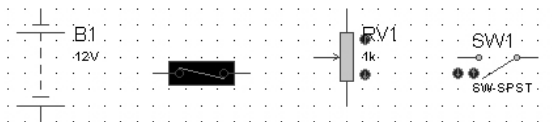


图 A-37 在原理图编辑窗口放置元件

3) 器件的移动、旋转和删除 用鼠标右键单击电位器 RV1,弹出如图 A-38 所示的快捷菜单。此快捷菜单中有移动、以各种方式旋转和删除等命令。根据需要用这些命令把元件以适当的姿态放到图中适当位置,本例中电位器 RV1 需旋转到箭头朝上的位置。

用类似的方法可以把熔丝元件、开关和电池组也以适当的姿势放到图中适当的位置,如图 A-39 所示。

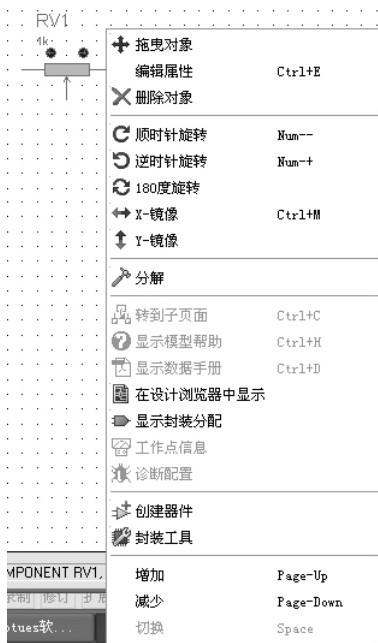


图 A-38 用鼠标右键单击电位器 RV1 弹出的快捷菜单

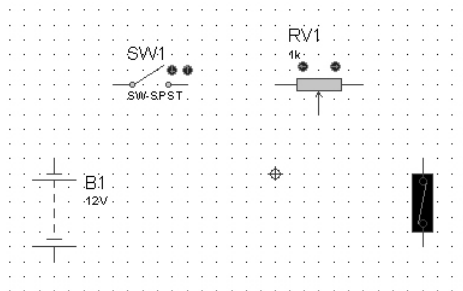


图 A-39 把元件以适当的姿势放到图中适当的位置

4) 把虚拟直流电压表和电流表“搬运”到原理图编辑窗口 单击图中左侧的“虚拟仪表模式”图标,将列出多个虚拟仪表,选中其中的“DC VOLTMETER”项,如图 A-40 所示。用前面介绍的“搬运”方法,把它“搬运”到原理图编辑窗口,并调好姿态和位置。同理,可以把“DC AMMETER”也“搬运”到原理图编辑窗口,如图 A-41 所示。

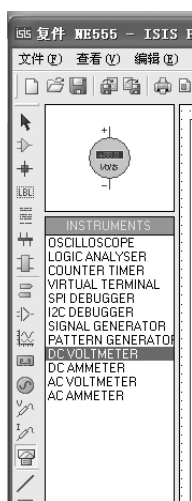


图 A-40 选择虚拟直流电压表和电流表

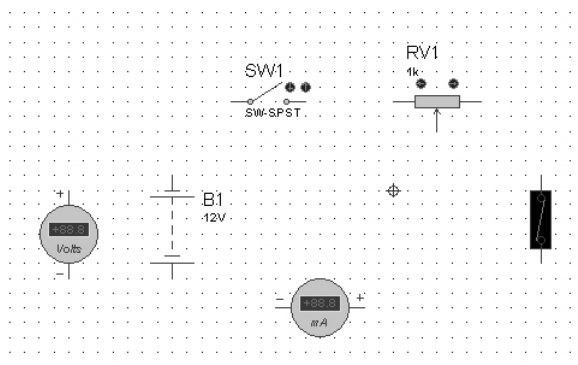


图 A-41 把包括电压表和电流表在内的元件放到图中适当的位置

**5) 连线** 将光标靠近一个对象的引脚末端，该处将自动出现一个红色小方块。单击左键，拖动鼠标，放在另一个对象的引脚末端，该处再出现一个红色小方块时，再单击左键，就可以在上述两个引脚末端画出一根连线来。如在拖动鼠标画线时需要拐弯，只需在拐弯处单击左键一下即可。连线工作完成后的电路原理图如图 A-42 所示。

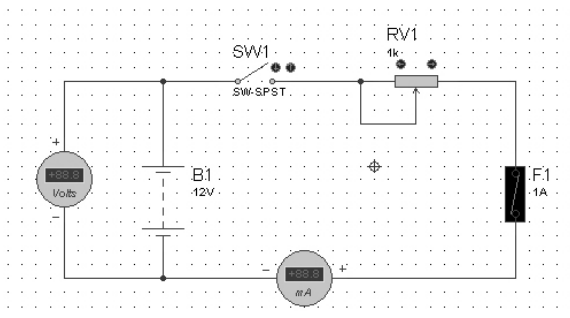


图 A-42 连线工作完成后的电路原理图

**6) 设置、修改元件属性** 在需要修改其属性的元件上双击鼠标左键，即可弹出“编辑元件”对话框，在此对话框中设置或修改元件属性。例如，要修改图中 RV1 电位器的阻值为  $100\Omega$ ，如图 A-43 所示。



图 A-43 RV1 电位器属性编辑对话框

单击“确定”按钮完成设置。用同样的方法设置其他元件的属性，设置好的电路原理图如图 A-44 所示。

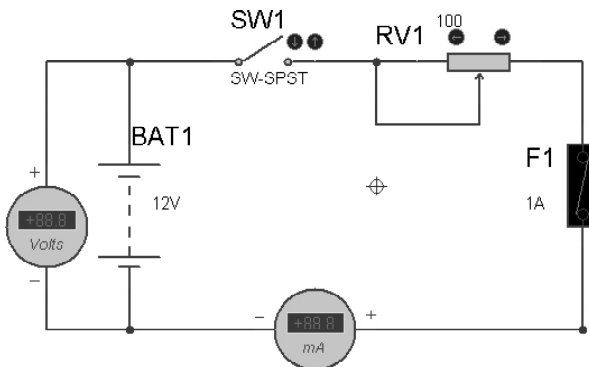


图 A-44 画好的验证欧姆定律的直流回路

### 3. 交互式仿真

画好电路图后，就可以进行交互式仿真了。

(1) 单击控制面板左下角的“运行”按钮，电路运行结果如图 A-45 所示。由图可见，图中测量电源电压的电压表显示“+ 12.0”V，测量回路电流的直流电流表显示“0.00”mA。这表明电路尚未接通。

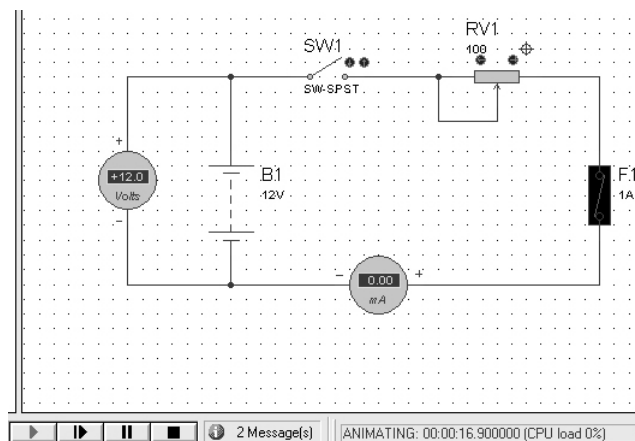


图 A-45 单击控制面板的“运行”按钮运行电路

(2) 先把电位器抽头调到中间位置，再把图中的电源开关 SW1 合上，回路接通，电压表仍显示“+ 12.0”V，直流电流表显示“+ 239”mA，如图 A-46 所示。根据直流电路的欧姆定律，导体中的电流强度跟这段导体两端的电压成正比，跟这段导体的电阻成反比。现在，电路中电压为 12V 不变， $I = V/R = 12/50 = 0.24A = 240mA$ 。可见，实测值和计算值比较一致。

(3) 调节图中的电位器 RV1，使电位器抽头从中间开始向左侧移动，你会发现直流电流表显示的 mA 数逐渐减小，直到变为 120mA，如图 A-47 所示。若使电位器抽头从中间开始向右侧移动，你会发现直流电流表显示的 mA 数逐渐增大，直到当大于 1A 时将熔丝烧断，电路断开，电流表又显示“0.00”mA，如图 A-48 所示。但不管如何调节电位器，只要电路没断，回路中电压、电阻和电流三者之间都严格遵守直流电路的欧姆定律。

(4) 单击控制面板的“停止”按钮停止仿真。

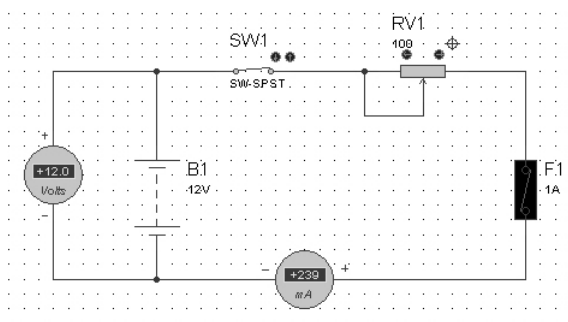


图 A-46 开关合上后电路“运行”情况 1

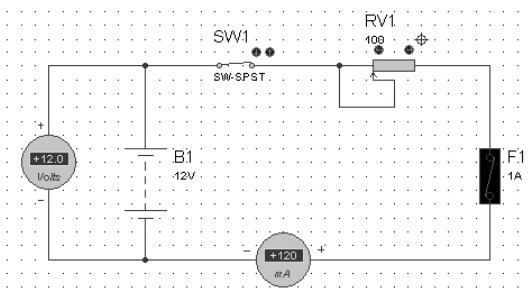


图 A-47 开关合上后电路“运行”情况 2

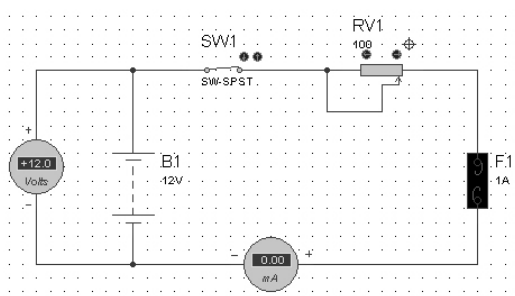


图 A-48 开关合上后电路“运行”情况 3

## A. 6.2 电压基准源 AD780 应用电路

### 1. 电压基准源 AD780 应用电路简介

AD780 是一种能输出 2.5V/3V 两种电压的电压基准源，电压基准源 AD780 应用电路如图 A-49 所示，图中电容  $C_1$  取  $1\mu\text{F}$ ，它的 2 脚 VIN+ 为输入脚，接 +5V 电压；6 脚 VOUT 为输出脚，接虚拟直流电压表；4 脚 GND 为地；8 脚 2.5/3.0V SEL 为电压选择脚，此脚悬空时输出为 2.5V，此脚接地时输出为 3.0V。为了能选择这两种电压输出，在 8 脚和 4 脚（地）之间跨接一钮子开关。

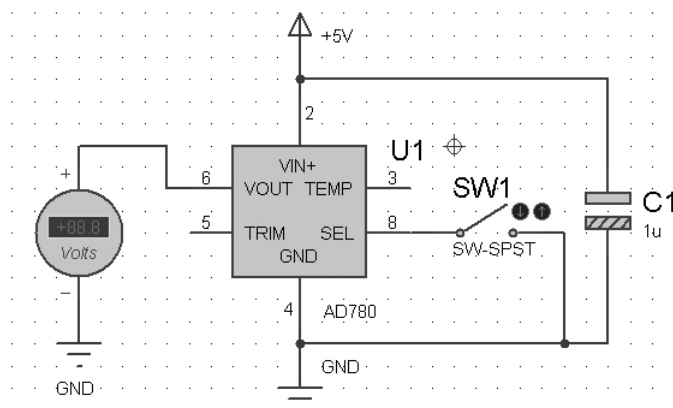


图 A-49 电压基准源 AD780 应用电路

## 2. 画出该电路图的步骤

### 1) 元件选择

首先, 要把电压基准源 AD780 从元件库中选择出来。方法是: 单击对象选择器窗口上方的“P”按钮, 弹出“Pick Devices”对话框。在对话框“关键字”栏中输入“ad780”, 便会显示出几个满足条件的元件列表, 从列表中找到“AD780”项后, 双击一下, “AD780”元件就被选到对象选择器中了, 如图 A-50 所示。

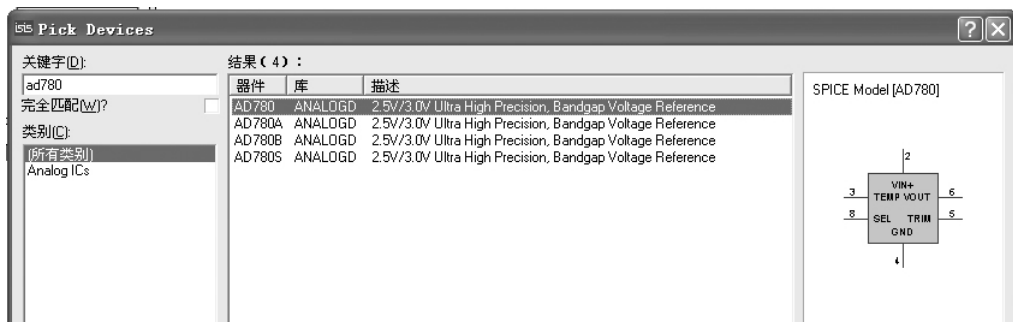


图 A-50 把“AD780”元件选入对象选择器

其次, 添加电容仿真元件 C1 到对象选择器, 如图 A-51 所示。

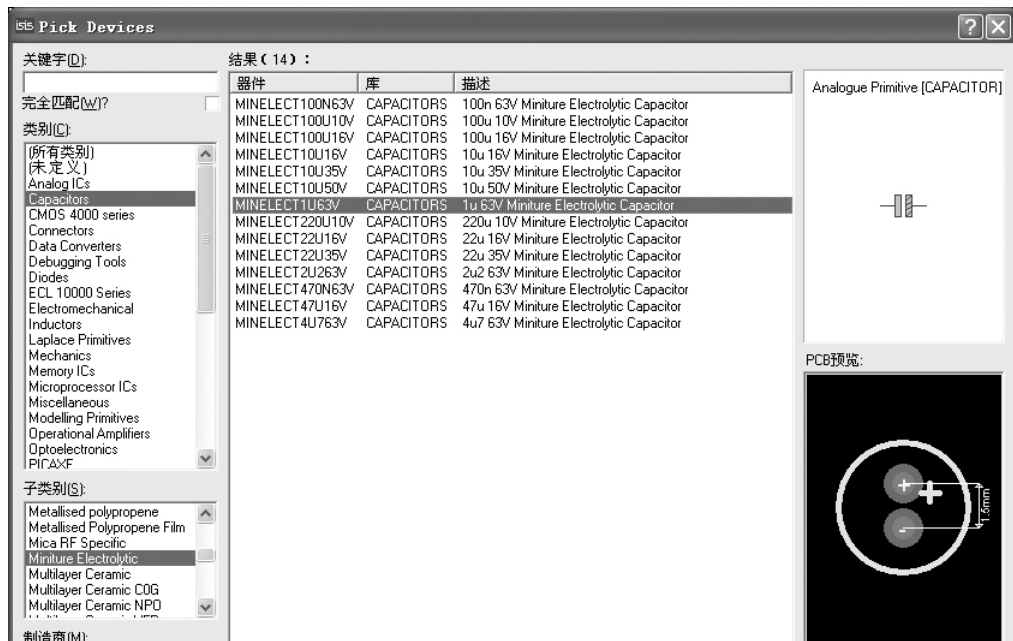


图 A-51 把 C1 元件添入对象选择器

最后, 用同样的方法, 把开关 SW1 添加到对象选择器。

此时, 对象选择器中将列出所有已添加元件, 如图 A-52 所示。

2) 把元件“搬运”到原理图编辑窗口 把元件逐一“搬运”到原理图编辑窗口, 调整好元件姿势, 并把它们放到适当的位置, 如图 A-53 所示。

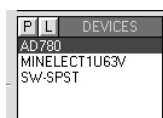


图 A-52 对象选择器中列出  
所有选择元件

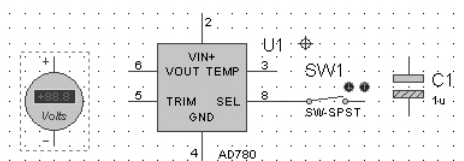



图 A-53 把元件以适当的姿势  
放到图中适当的位置

3) **放置电源和地** 单击部件工具箱中的终端按钮，则在对象选择器中显示各种终端。从中选择“POWER”终端，可在预览窗口中看到电源的符号，如图 A-54 所示。

用上面介绍过的方法将此符号放到原理图的适当位置。需要“地”的符号时，则选择“GROUND”项。在电源终端符号上双击鼠标左键，在弹出的“Edit Terminal Label”对话框内“标号”文本框中输入“+5V”，如图 A-55 所示。最后单击“确定”按钮完成电源终端的放置。同理，可以给地符号加上“GND”。

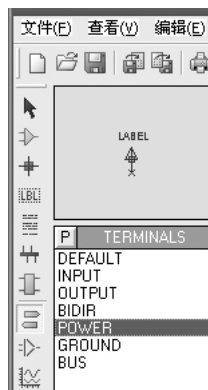


图 A-54 预览窗口中看到电源的符号



图 A-55 电源符号的放置

放好电源和地符号后，元件排列如图 A-56 所示。

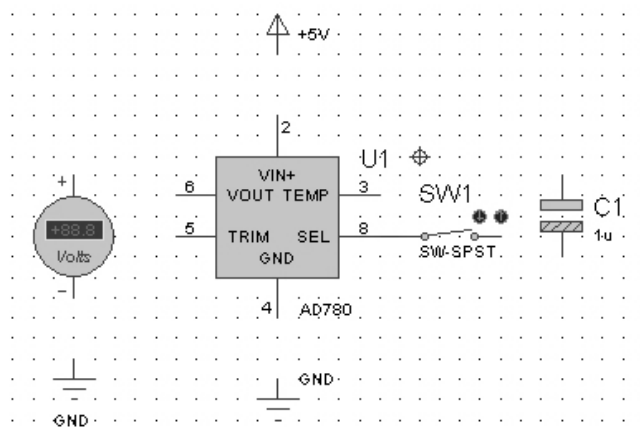


图 A-56 包括电源和地符号的元件排列图



4) **连线** 将光标靠近一个对象的引脚末端, 该处将自动出现一个红色小方块。单击左键, 拖动鼠标, 放在另一个对象的引脚末端, 该处再出现一个红色小方块时, 再单击左键, 就可以在上述两个引脚末端画出一根连线来。连线工作完成后的电路原理图如图 A-57 所示。

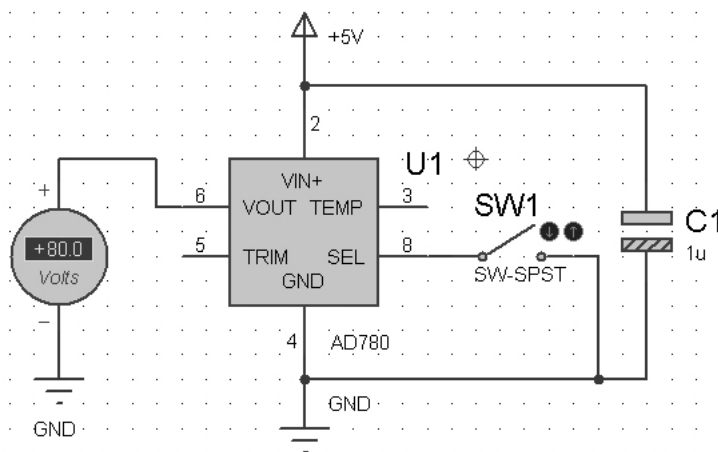


图 A-57 画好的电压基准源 AD780 应用电路

### 3. 交互式仿真

(1) 单击控制面板左下角的“运行”按钮, 电路运行结果如图 A-58 所示。由图可见, 图中测量输出电压的直流电压表显示 “+2.5” V。

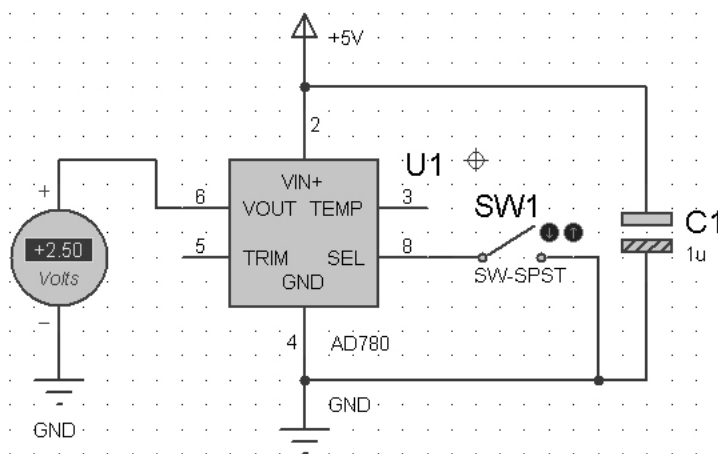


图 A-58 电路运行结果 1

(2) 把图中的开关 SW1 合上, 电路运行结果如图 A-59 所示。由图可见, 图中测量输出电压的直流电压表显示 “+3.0” V。

(3) 小结: 通过上述两项测试说明, 以上电压基准源 AD780 应用电路在 AD780 的 8 脚悬空时输出 +2.5V 基准电压; 在 AD780 的 8 脚接地时输出 +3.0V 基准电压。

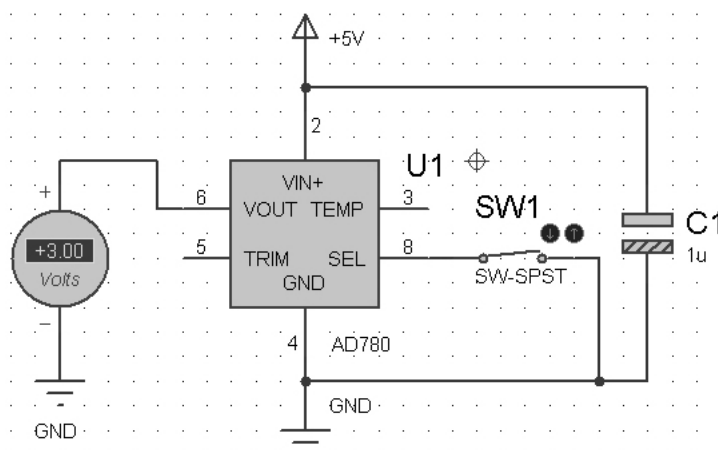


图 A-59 电路运行结果 2

### A. 6.3 电容充放电回路

#### 1. 电容充放电回路简介

如图 A-60 所示是电容充放电回路，图中电源电压  $U = 12V$ ，电阻  $R_1 = 1k\Omega$ ， $R_2 = 2k\Omega$ ， $C_1 = 10\mu F$ ，SW1 为一单刀双掷开关，图右侧是一虚拟示波器，是测量充放电波形用的。

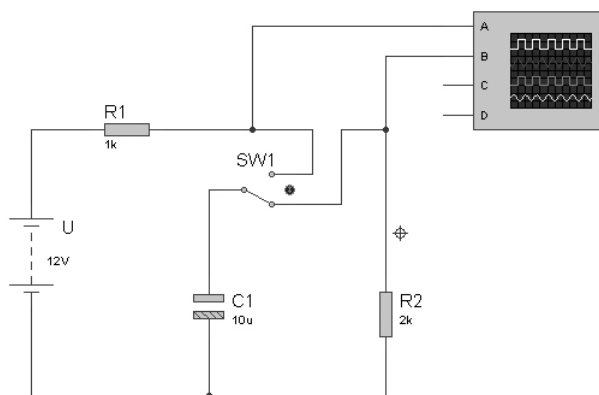


图 A-60 RC 电容充放电回路

#### 2. 画出该电路图的步骤

##### 1) 元件选择 本图共有四个要选择的元件。

首先，要把电容 C1 从元件库中选择出来。方法是：单击对象选择器窗口上方的“P”按钮，弹出“Pick Devices”对话框。在对话框“关键字”栏中输入“capacitors”，在“类别”栏中单击一下“Capacitors”项，在“子类别”栏中单击一下“Generic”项，会显示出多个结果的列表，从列表中找到“CAP - ELEC”项后双击一下，“CAP - ELEC”元件就被选到对象选择器中了，如图 A-61 所示。

其次，添加单刀双掷开关仿真元件 SW - SPDT - MOM 到对象选择器，如图 A-62 所示。

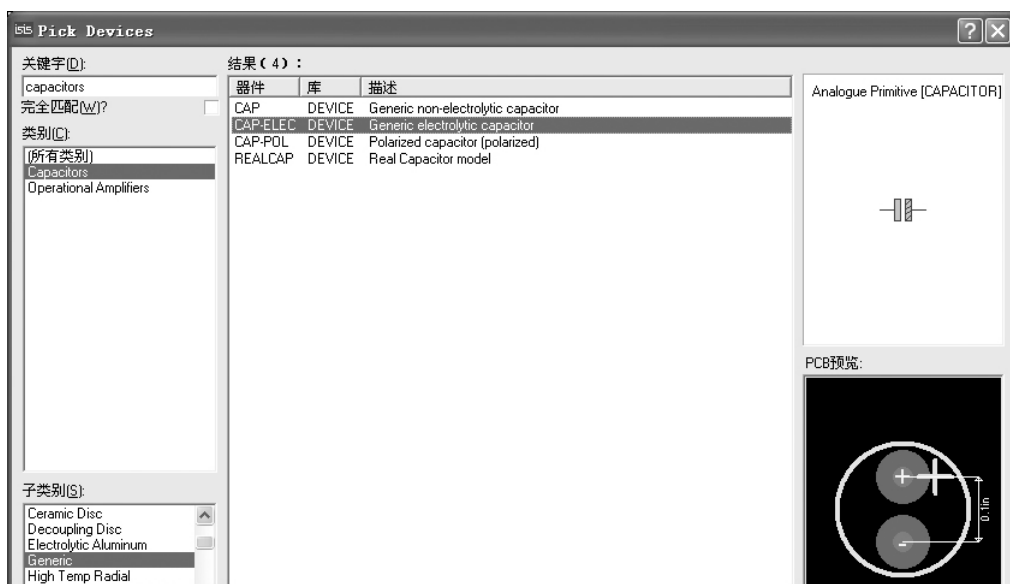


图 A-61 把“CAP - ELEC”元件选入对象选择器

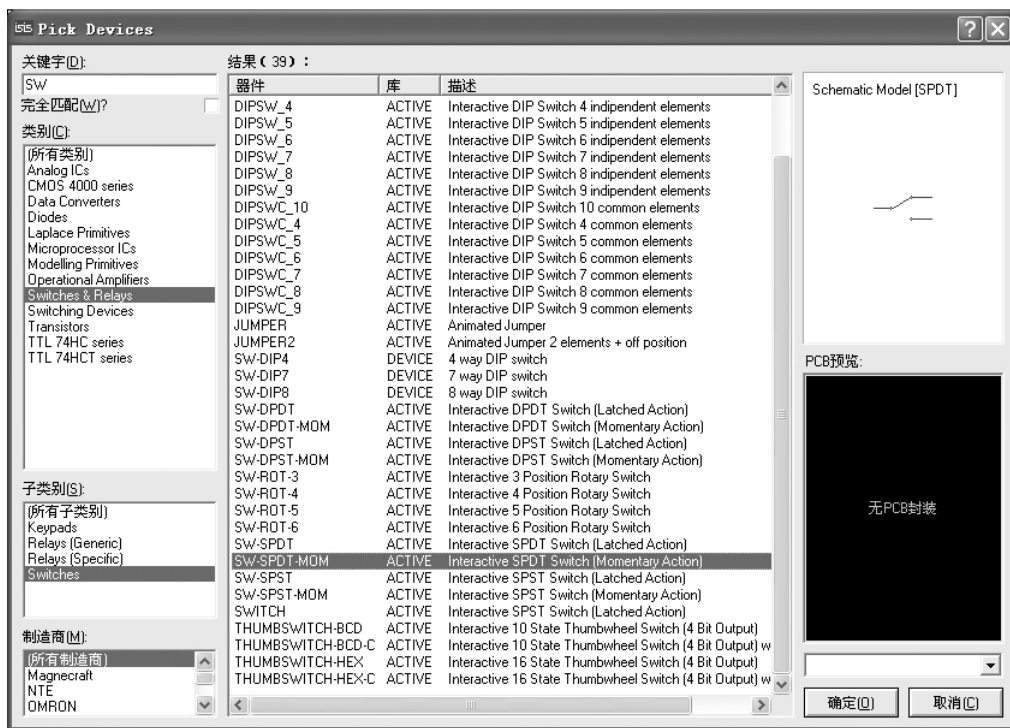


图 A-62 把“SW - SPDT - MOM”元件选入对象选择器

最后，按照上述方法，分别添加电阻元件和电源仿真元件 BAT1 到对象选择器。

此时，对象选择器中将列出所有已添加元件，如图 A-63 所示。

2) 把元件“搬运”到原理图编辑窗口 把元件逐一“搬运”到原理图编辑窗口，调整好元件姿势，并把它们放到适当的位置，如图 A-64 所示。

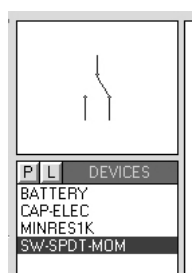


图 A-63 对象选择器中列出所有选择元件

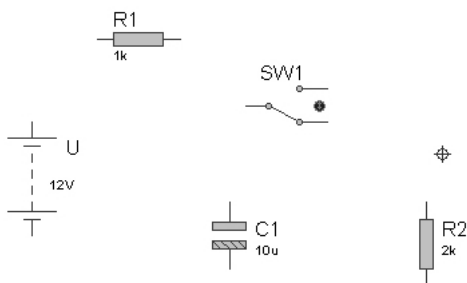



图 A-64 把元件以适当的姿势放到图中适当的位置

3) 连线 连线工作完成后的电路原理图如图 A-65 所示。

4) 添加虚拟示波器 选择虚拟示波器。选择虚拟仪器模式, 从 “INSTRUMENTS” 中选定 “OSCILLOSCOPE”, 如图 A-66 所示。将虚拟示波器 “搬运” 到原理图编辑窗口, 并把它放到适当的位置。将示波器的 A 通道与充电回路连接, B 通道与放电回路连接, 完全画好的 RC 电容充放电回路如图 A-60 所示。

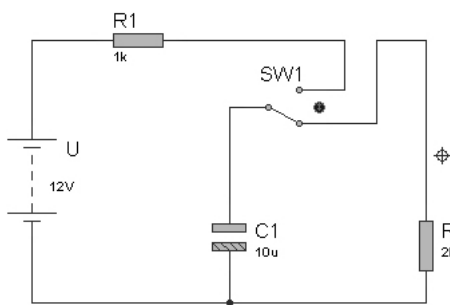


图 A-65 画好的 RC 电容充放电回路

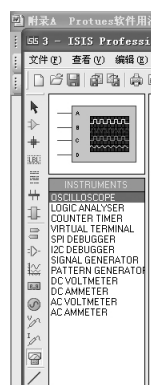



图 A-66 选择虚拟示波器

### 3. 交互式仿真

(1) 先把 SW1 开关扳到充电回路一侧, 单击控制面板左下角的 “运行”  按钮, 电路开始运行; 再把 SW1 开关扳到放电回路一侧, 示波器显示结果如图 A-67 所示。由图可见, 示波器的 B 通道电压以陡峭的上升沿上升到最高点后再以指数式波形下降。

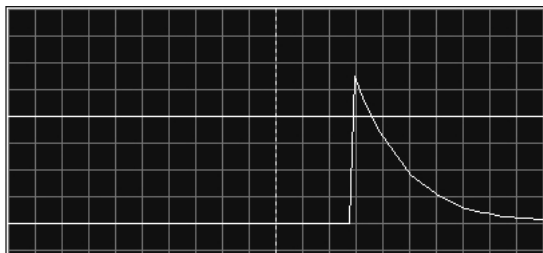


图 A-67 示波器显示的 RC 电路放电波形图

(2) 此时把 SW1 开关扳到充电回路一侧, 示波器显示结果如图 A-68 所示。由图可见, 示波器的 A 通道电压以陡峭的下降沿下降至最低点后再以指数式波形上升。本电路的 RC 充电电路时间常数为

$$\tau = R_1 \times C_1 = 1000 \times 10 \times 10^{-6} = 0.01\text{s}$$

RC 放电电路时间常数为

$$\tau = R_2 \times C_1 = 2000 \times 10 \times 10^{-6} = 0.02\text{s}$$

当电路的充放电时间常数太小时, 指数式充放电波形就不易观察到。

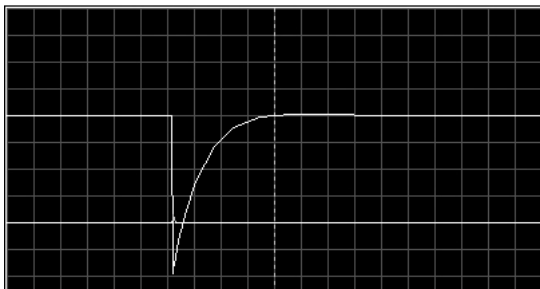


图 A-68 示波器显示的 RC 电路充电波形图



## A.7 用 Proteus 软件对电路作基于图表的仿真

下面以单相交流电路为例, 介绍基于图表的仿真。

### 1. 单相交流电路分析

如图 A-69 所示为一并联交流电路的 Proteus 软件仿真图。已知交流电压为  $u_1 = 311\sin(314t)$  V, 求: (1) 电路的总电流  $i$ ; (2) 电路电压  $u_2$ 。

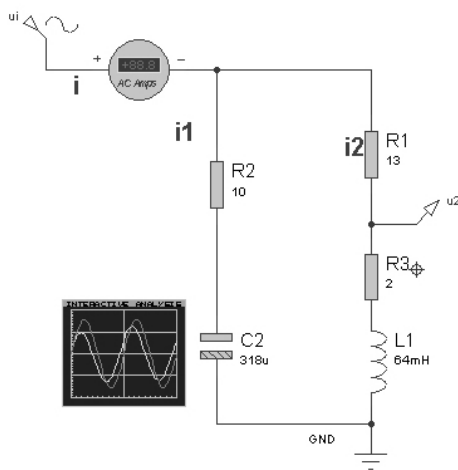


图 A-69 并联交流电路的 Proteus 软件仿真图

## 2. 画出并联交流电路的 Proteus 软件仿真图

### 1) 元件选择 本图共有 3 个要选择的元件。

首先,要把电感 L1 从元件库中选择出来。方法是:单击对象选择器窗口上方的“P”按钮,弹出“Pick Devices”对话框。在对话框“关键字”栏中输入“inductor”,在“类别”栏中单击一下“Inductors”项,会显示出多个结果的列表,从列表中找到“INDUCTOR”项后双击一下,“INDUCTOR”元件就被选到对象选择器中了,如图 A-70 所示。

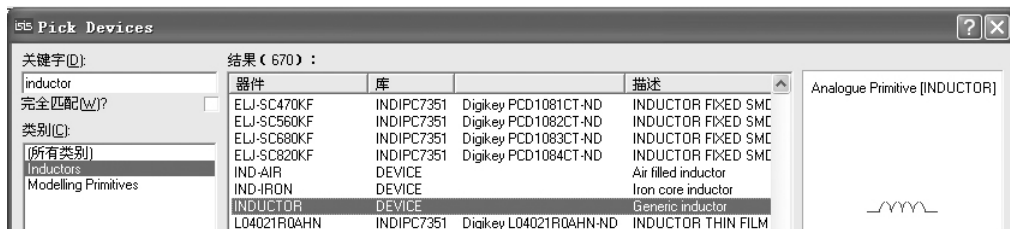



图 A-70 把“INDUCTOR”元件选到对象选择器

其次,按照同样方法,分别添加电阻元件和电容元件到对象选择器。

此时,对象选择器中将列出所有已添加元件,如图 A-71 所示。

2) 把元件“搬运”到原理图编辑窗口 把元件逐一“搬运”到原理图编辑窗口,调整好元件姿势,并把它们放到适当的位置。

3) 放置“地”元件 单击部件工具箱中的终端按钮,则在对象选择器中显示各种终端。从中选择“GROUND”终端,在编辑窗口单击鼠标左键放置“地”元件。

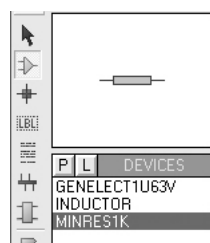



图 A-71 对象选择器中列出所有选择元件

4) 放置交流电流表 选择虚拟仪器模式,从“INSTRUMENTS”中选定“AC AMMETER”,如图 A-72 所示。将虚拟电流表“搬运”到原理图编辑窗口,并把它们放到适当的位置。连线,连线工作完成后的电路原理图如图 A-73 所示。

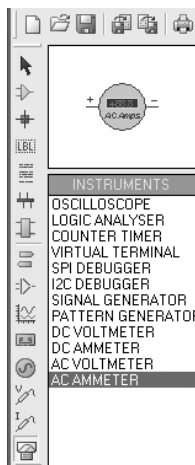


图 A-72 选择交流电流表

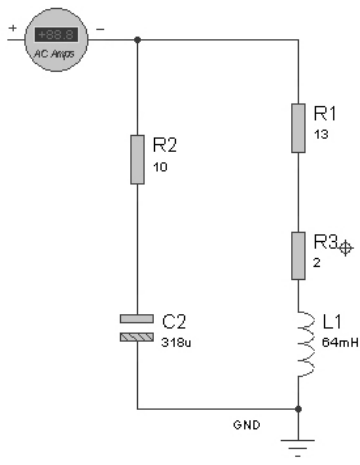


图 A-73 连线完成后的并联电路图

### 5) 输入信号源、探针及分析图表编辑

(1) 添加输入信号源及电压探针。单击“激励源”图标，在对象选择窗口中点选正弦波 (SINE) 信号源 ui，放置并连接电路，之后放置电压探针 u2，如图 A-74 所示。双击正弦波信号源，将弹出如图 A-75 所示的正弦波信号源编辑对话框。按照图 A-75 所示编辑信号源。编辑完成后，单击“确定”按钮。

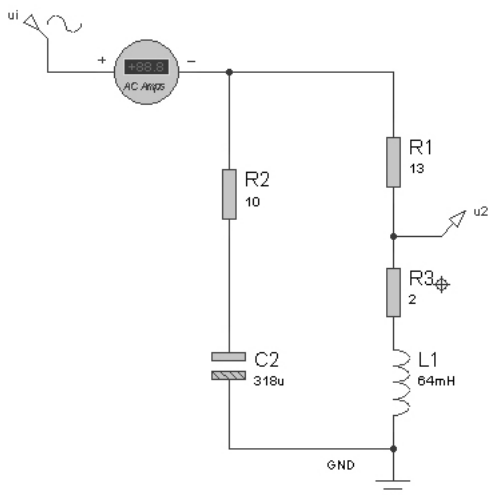


图 A-74 添加输入信号源与电压探针



图 A-75 正弦波信号源编辑对话框

(2) 放置交互分析图表。点选部件工具箱中的“图表模式”图标，在对象选择器中将出现各种仿真分析所需的图表 (模拟、数字、噪声、混合、AC 变换等)。选择 INTERACTIVE 仿真图表，如图 A-76 所示。

在编辑窗口期望放置图表的位置单击，并拖动鼠标，此时将出现一个矩形图表轮廓，在期望的结束点单击，放置图表，如图 A-77 所示。

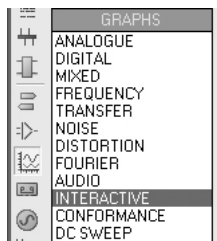


图 A-76 选取交互分析图表

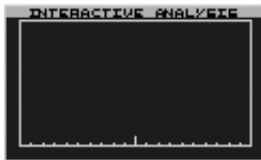


图 A-77 放置交互分析图表

仿真图表用于绘制设置时间内，电压探针、电流探针及各种发生器随时间变化其变量发生变化的过程。因此需要在仿真图表中添加待仿真探针及发生器。

(3) 放置电压探针和输入信号到图表中。选中电路图中的电压探针 u2，按下鼠标左键拖动其到图表中，然后，松开左键即可放置电压探针到图表中。用同样的方法，将输入信号 ui 也放置到图表中，如图 A-78 所示。

设置交互分析图表。在交互分析图表中执行菜单命令“图表”→“编辑图表”，如图 A-79 所示，将弹出如图 A-80 所示的交互分析图表编辑对话框。按图 A-80 所示设置交互分析图表。编辑完成后，单击“确定”按钮。



图 A-78 放置电压探针和输入信号到图表中



图 A-79 执行菜单命令“图表”→“编辑图表”

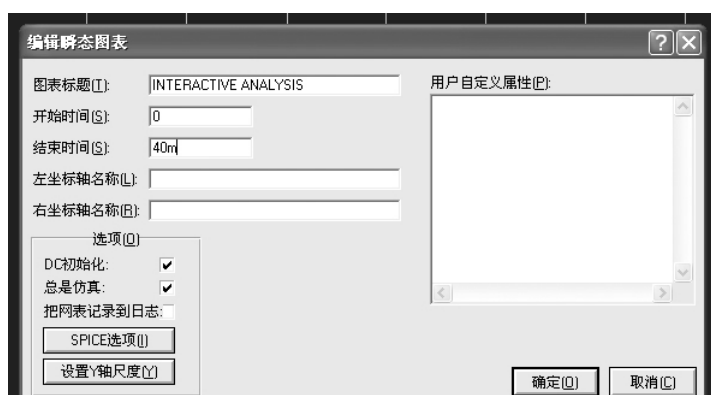


图 A-80 交互分析图表编辑对话框


6) 在图上加标记 选 2D 图形文本模式 ，在想加标记的地方按一下鼠标左键，即弹出一个编辑 2D 图形文本对话框，如图 A-81 所示。按图 A-81 所示设置 2D 图形文本对话框，编辑完成后，单击“确定”按钮。如此，就把标记“i”放到原理图上了。用同样的方法，可把 i1 和 i2 放到原理图上。



图 A-81 设置 2D 图形文本对话框



至此，并联交流电路的 Proteus 软件仿真图就画好了，如图 A-69 所示。

### 3. 图表式仿真——交流电路特性分析

执行菜单命令“图表”→“仿真图表”，如图 A-82 所示，开始仿真。仿真结果如图 A-83 所示。图中红线（显示较浅的线）为输入的有效值为 220V、频率为 50Hz 的交流信号  $u_i$ ，绿线为输出的交流信号  $u_2$ 。在窗口内单击两个信号的峰值处，可测出两个信号对应的峰值电压值，如图 A-84 所示。由图可见，输入交流信号  $u_i$  的峰值电压为 310V，输出信号  $u_2$  的峰值电压为 251V。而且， $u_2$  的相位比输入信号  $u_i$  的滞后一定角度。



图 A-82 执行菜单命令“图表”→“仿真图表”

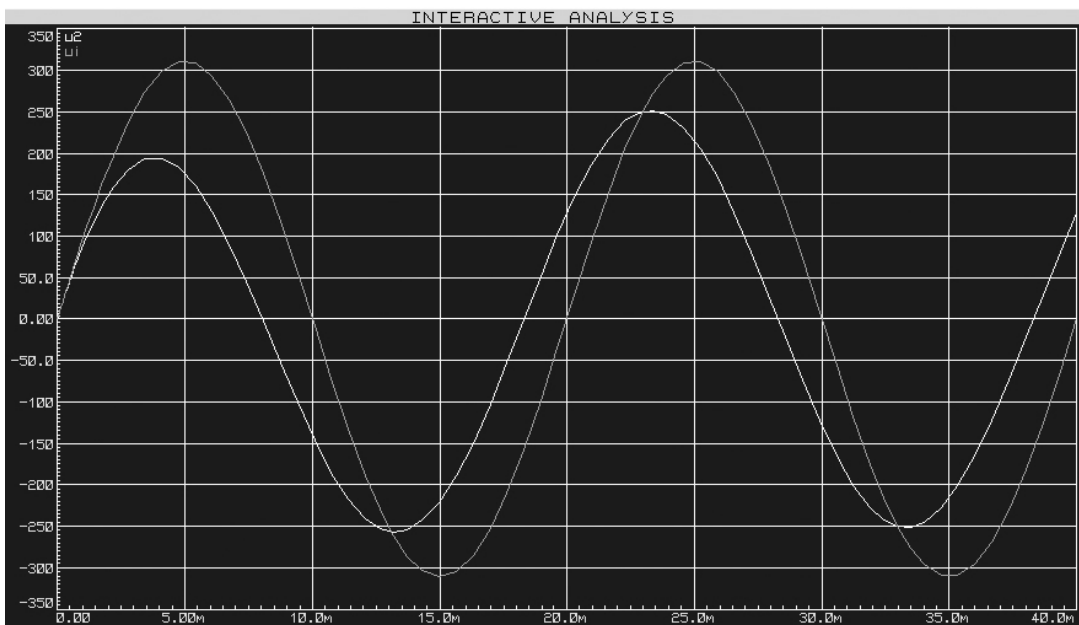


图 A-83 交互分析图表仿真结果图

### 4. 将仿真结果与计算结果比较

本题的计算结果（欲知详情，请参看第 4 章例 4-18）为

$$i = 16.7\sqrt{2} \sin(314t + 13.7^\circ) \text{ A}$$

$$u_2 = 177\sqrt{2} \sin(314t + 31.2^\circ) \text{ V}$$

前面测出输出信号  $u_2$  的峰值电压为 251V，化成电压有效值为  $251\text{V}/\sqrt{2} \approx 177\text{V}$ ； $u_2$  的相位比输入信号  $u_i$  滞后的角度从图上不能精确测出，只能定性地给出。可见，输出信号电压的有效值和比输入信号滞后的角度都和计算结果一致。至于电流  $i$  的有效值 16.7A，可看原电路的交互仿真图，如图 A-85 所示。图中交流电流表显示值  $i$  为 16.7A，两者也是一致的。

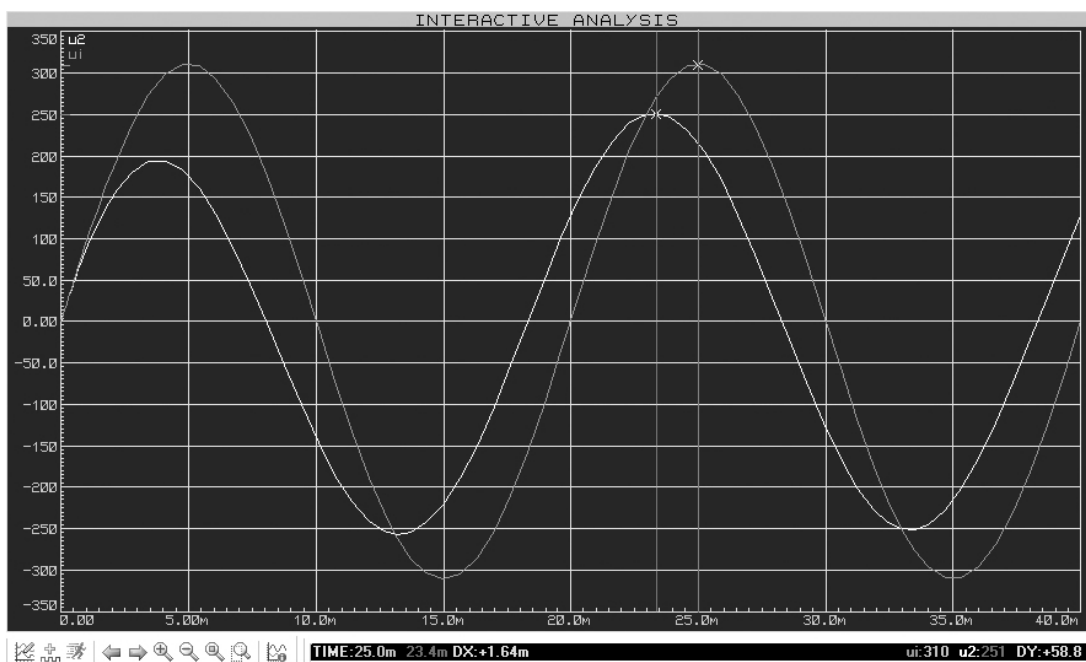


图 A-84 交互分析图表中输入、输出信号对应的峰值电压值

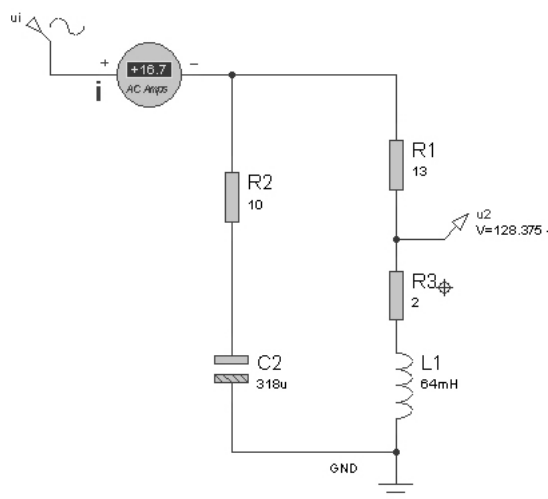


图 A-85 电路的交互仿真图



## A.8 小结

本章主要介绍 Proteus ISIS 软件的原理图设计方法和 Proteus 软件的仿真调试方法。关于用 Proteus 软件对交直流电路作交互式仿真和基于图表的仿真，共举了四个例子。

## 附录 B MATLAB 应用程序

这里列出的 MATLAB 程序是与电路基础中电路计算有关的若干 MATLAB 应用程序。先是这些程序的清单，之后是这些程序的应用例子。在使用这些程序之前，要把 MATLAB 软件装配到计算机上，进入 MATLAB 的命令窗口。



### B.1 若干 MATLAB 应用程序

#### 1. 由复数极坐标式变代数式程序

```
% 文件名: torectangular. m
clear
syms r d a b
r = 120;
x = -120; % 待转换极坐标式为  $r \angle x$ 
x = x/180* pi;
a = r* cos( x)
b = r* sin( x)
```

#### 2. 由复数代数式变极坐标式程序

```
% 文件名: topolar. m
clear
syms r y
x = -38.77 - 18i; % 此式为待转换的代数式
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180
```

#### 3. 求复数代数式倒数程序

```
% 文件名: reciprocal. m
% reciprocal. m
% 求复数代数式倒数, 输出代数式和极坐标式
% 即  $z = 1/x = a + bi = r \angle q$ 
% 若  $x = 5 + 5i$  则  $z = 0.1 - 0.1i = 0.1414 \angle -45^\circ$ 
syms x r y q p
x = 5 + 5i ; % 此式为待变换代数式
r = abs( x) ;
p = real( x) ;
```

```

a = p/( r* r)
q = - imag( x) ;
b = q/( r* r) % 一个输出复数代数式,即  $x = a + b* i$ 
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180 % 另一个输出复数极坐标式,即  $x = r \angle q$ 

```

#### 4. 求两个复数代数式乘积程序

```

% 文件名: multiplication. m
% multiplication. m
% 求两个复数代数式的乘积,输出代数式和极坐标式
% 即  $z = x* y = a + bi = r \angle q$ 
% 若  $x = -1.3 + 4.5i, y = 7.6 - 3.6i$ , 则  $z = -26.08 + 29.52i = 39.39 \angle 131.5^\circ$ 
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = 7.6 + 3.6i; %
r = real( x) ;
q = real( y) ;
a = r* q;
m = imag( x) ;
n = imag( y) ;
a = a - m* n
b = q* m;
b = b + r* n
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180

```

#### 5. 求两个复数代数式除法程序

```

% 文件名: division. m
% division. m
% 求两个复数代数式的乘积(  $z = x/y$  ), 输出代数式和极坐标式
% 即  $z = a + bi = r \angle q$ 
% 若  $x = -1.3 + 4.5i, y = 7.6 - 3.6i$ , 则  $z = -0.3688 + 0.4174i = 0.557 \angle 131.5^\circ$ 
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = 7.6 - 3.6i; %
y = conj( y) ;
r = real( x) ;
q = real( y) ;
a = q* r;

```

```

m = imag( x ) ;
n = imag( y ) ;
a = a - m* n;
b = q* m;
b = b + r* n;
r = abs( y ) ;
a = a/( r* r)
b = b/( r* r)
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x ) ;
q = y/pi* 180

```

## 6. 解二元一次方程组程序

```

% 文件名: matrixequation22. m
% 解二元一次方程组
A = [( -j) ,1; -2,( 2 + j) ]
B = [( 3.468 - j* 2) ,16* j]'
I = inv( A) * B
abs( I( 1) )
angle( I( 1) ) * 180/pi
abs( I( 2) )
angle( I( 2) ) * 180/pi

```

## 7. 解三元一次方程组程序

```

% 文件名: matrixequation33. m
% 解三元一次方程组
A = [1, -1, -1; ( 3 + j* 4) ,0,( 2 + j) ;0,( 3 - j* 4) , -( 2 + j) ]
B = [0; ( 28.2 + j* 10.26) ;0]
I = inv( A) * B
abs( I( 1) )
angle( I( 1) ) * 180/pi
abs( I( 2) )
angle( I( 2) ) * 180/pi
abs( I( 3) )
angle( I( 3) ) * 180/pi

```

## 8. 解四元一次方程组程序

```

% 文件名: matrixequation44. m
% 解四元一次方程组
A = [( 8 - j* 2) ,j* 2, -8,0;0,1,0,0; -8, -j* 5,( 8 - j* 4) ,( 6 + j* 5) ;0,0, -1,1]
B = [10, -3,0,4]'
I = inv( A) * B

```

```

abs( I( 1) )
angle( I( 1) ) * 180/pi
abs( I( 2) )
angle( I( 2) ) * 180/pi
abs( I( 3) )
angle( I( 3) ) * 180/pi
abs( I( 4) )
angle( I( 4) ) * 180/pi

```

## 9. 解五元一次方程组程序

```

% 文件名: matrixequation55. m
% 解五元一次方程组
A = [2 1 1 1 1; 1 2 1 1 1; 1 1 3 1 1; 1 1 1 4 1; 1 1 1 1 5]
B = [2,0,3, -2,5]′
X = A\B

```

## 10. 解六元一次方程组程序

```

% 文件名: matrixequation66. m

% matrixequation66. m
A = [6 5 4 3 2 1; 5 6 5 4 3 2; 4 5 6 5 4 3; 3 4 5 6 5 4; 2 3 4 5 6 5; 1 2 3 4 5 6]
B = [11,9,9,9,13,17]′
X = A\B

```



## B.2 程序使用方法

### 1. 由极坐标式变代数式

**【例 B-1】** 求复数极坐标式  $A_1 = 150 \angle -120^\circ$  所对应的代数式

**解:** 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```

>> edit torectangular. m
将程序修改为
>> Clear
>> syms r d a b
>> r = 150;
>> x = -120;
>> x = x/180* pi;
>> a = r* cos( x)
>> b = r* sin( x)

```

保存后执行命令

Torectangular

得

a =

- 74. 8620

b =

- 129. 9834

这表明极坐标式  $A_1 = 150 \angle -120^\circ$  所对应的代数式为

$$A_1 = -74.8620 - 129.9834j$$

**【例 B-2】** 求复数极坐标式  $A_2 = 44 \angle 23.1^\circ$  所对应的代数式

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit torectangular. m
```

将程序修改为

```
clear
syms r d a b
r = 44;
x = 23. 1;
x = x/180* pi;
a = r* cos( x)
b = r* sin( x)
```

保存后执行命令

Torectangular

得

a =

40. 4757

b =

17. 2546

这表明极坐标式  $A_2 = 44 \angle 23.1^\circ$  所对应的代数式为

$$A_2 = 40.4757 + 17.2546j$$

## 2. 由代数式变极坐标式

**【例 B-3】** 求复数代数式  $A_3 = 4 - 3j$  所对应的极坐标式

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit topolar. m
```

将程序修改为

```
clear
syms r y
x = 4 - 3i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180
```

保存后执行命令

```
Topolar
```

得

```
r =
    5
q =
 -36.8886
```

这表明代数式  $A_3 = 4 - 3j$  所对应的极坐标式为

$$A_3 = 5 \angle -36.8886^\circ$$

**【例 B-4】** 求复数代数式  $A_4 = -5 - 12j$  所对应的极坐标式

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit topolar. m
```

将程序修改为

```
>>
clear
syms r y q
x = -5 - 12i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180
```

保存后执行命令

```
Topolar
```

得

```
r =
   13
q =
 -112.6770
```

这表明代数式  $A_4 = -5 - 12j$  所对应的极坐标式为

$$A_4 = 13 \angle -112.677^\circ$$



### 3. 求复数代数式倒数程序

**【例 B-5】** 求复数代数式  $A_5 = 5 + 5j$  的倒数

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit reciprocal.m
```

将程序修改为

```
% reciprocal.m
syms x r y q p
x = 5 + 5i ; % 此式为待变换代数式
r = abs( x ) ;
p = real( x ) ;
a = p / ( r * r )
q = - imag( x ) ;
b = q / ( r * r ) % 一个输出复数代数式, 即  $x = a + b * i$ 
x = a + b * i ;
r = abs( x )
y = angle( x ) ;
q = y / pi * 180 % 另一个输出复数极坐标式, 即  $x = r \angle q$ 
```

保存后执行命令

```
reciprocal
```

得

```
a =
    0.1000
b =
   -0.1000

r =
    0.1414
q =
   -45
```

这表明复数代数式  $A_5 = 5 + 5j$  的倒数为

$$1/A_5 = 0.1 - 0.1i = 0.1414 \angle -45^\circ$$

**【例 B-6】** 复数代数式  $A_6 = 3 - 4j$  的倒数

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit reciprocal.m
```

将程序修改为

```
% reciprocal.m
syms x r y q p
```

```

x = 3 - 4i ;
r = abs( x ) ;
p = real( x ) ;
a = p/( r* r)
q = - imag( x ) ;
b = q/( r* r)
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x ) ;
q = y/pi* 180

```

保存后执行命令

```
reciprocal
```

得

```

a =
    0.1200
b =
    0.1600

r =
    0.2000
q =
    53.1301

```

这表明复数代数式  $A_6 = 3 - 4j$  的倒数为

$$1/A_6 = 0.12 + 0.16i = 0.2 \angle 53.1^\circ$$

#### 4. 求两个复数代数式乘积

**【例 B-7】** 求两个复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$ ,  $y = 7.6 - 3.6i$  的乘积

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit multiplication.m
```

将程序修改为

```

% multiplication.m
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = 7.6 - 3.6i; %
r = real( x ) ;
q = real( y ) ;
a = r* q;
m = imag( x ) ;
n = imag( y ) ;
a = a - m* n

```

```

b = q* m;
b = b + r* n
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180

```

保存后执行命令

```
multiplication
```

得

```

a =
    6.3200
b =
   38.8800
r =
   39.3903
q =
   80.7672

```

这表明两个复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$ ,  $y = 7.6 - 3.6i$  的乘积为

$$z = x^* y = 6.32 + 38.88i = 39.39 \angle 80.8^\circ$$

**【例 B-8】** 求两个复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$ ,  $y = 7.6 + 3.6i$  的乘积

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit multiplication.m
```

将程序修改为

```

% multiplication.m
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = 7.6 + 3.6i; %
r = real( x) ;
q = real( y) ;
a = r* q;
m = imag( x) ;
n = imag( y) ;
b = a - m* n
b = q* m;
b = b + r* n
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x) ;
q = y/pi* 180

```

保存后执行命令

```
multiplication
```

得

```
a =
-26.0800
b =
29.5200
```

```
r =
39.3903
```

```
q =
131.4596
```

这表明两个复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$ ,  $y = 7.6 + 3.6i$  的乘积为

$$z = x^* y = -26.08 + i29.52 = 39.39 \angle 131.5^\circ$$

## 5. 求两个复数代数式相除所得的商

**【例 B-9】** 复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$  为被除数,  $y = 7.6 - 3.6i$  为除数, 求商  
解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit division.m
```

将程序修改为

```
% division.m
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = 7.6 - 3.6i; %
y = conj(y);
r = real(x);
q = real(y);
a = q * r;
m = imag(x);
n = imag(y);
a = a - m * n;
b = q * m;
b = b + r * n;
r = abs(y);
a = a / (r * r)
b = b / (r * r)
x = a + b * i;
r = abs(x)
y = angle(x);
q = y / pi * 180
```

保存后执行命令

```
division
```

得

```
a =
-0.3688
b =
0.4174
```

```
r =
0.5570
```

```
q =
131.4596
```

这表明复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$  为被除数,  $y = 7.6 - 3.6i$  为除数, 所得商为

$$z = x/y = -0.3688 + 0.4174i = 0.557 \angle 131.5^\circ$$

**【例 B-10】** 复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$  为被除数,  $y = -7.6 - 3.6i$  为除数, 求商  
解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit division.m
```

将程序修改为

```
% division.m
syms x r y q m n a b
x = -1.3 + 4.5i; %
y = -7.6 - 3.6i; %
y = conj( y );
r = real( x );
q = real( y );
a = q* r;
m = imag( x );
n = imag( y );
a = a - m* n;
b = q* m;
b = b + r* n;
r = abs( y );
a = a/( r* r)
b = b/( r* r)
x = a + b* i;
r = abs( x)
y = angle( x );
q = y/pi* 180
```

保存后执行命令

division

得

```
a =
    -0.0894
b =
    -0.5498
r =
    0.5570
q =
   -99.2328
```

这表明复数代数式  $x = -1.3 + 4.5i$  为被除数,  $y = -7.6 - 3.6i$  为除数, 所得商为

$$z = x/y = -0.0894 - 0.5498i = 0.557 \angle -99.2^\circ$$

## 6. 解二元一次方程组程序

**【例 B-11】** 解二元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} -j & 1 \\ -2 & 2+j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.468 - j2 \\ 16j \end{pmatrix}$$

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit matrixequation22.m
```

将程序修改为

```
% matrixequation22.m
A = [(-j), 1; -2, (2+j)]
B = [(3.468 - j*2), 16*j]';
I = inv(A) * B
abs(I(1))
angle(I(1)) * 180/pi
abs(I(2))
angle(I(2)) * 180/pi
```

再执行命令

```
matrixequation22
```

得

```
I =
    4.6055 - 2.4403i
    5.9083 + 2.6055i
ans =
    5.2121
ans =
   -27.9175
```

```
ans =
    6.4573
```

```
ans =
    23.7973
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} I_1 = 4.6055 - j2.4403 = 5.2 \angle -27.9^\circ \\ I_2 = 5.9083 + j2.6055 = 6.46 \angle 23.8^\circ \end{cases}$$

## 7. 解三元一次方程组程序

【例 B-12】解三元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3+j4 & 0 & 2+j \\ 0 & 3-j4 & -2-j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 28.2 + j10.26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit matrixequation33.m
```

将程序修改为

```
% matrixequation33.m
A = [1, -1, -1; (3+j*4), 0, (2+j); 0, (3-j*4), -(2+j)]
B = [0; (28.2 + j*10.26); 0]
I = inv(A) * B
abs(I(1))
angle(I(1)) * 180/pi
abs(I(2))
angle(I(2)) * 180/pi
abs(I(3))
angle(I(3)) * 180/pi
```

再执行命令

```
Matrixequation33
```

得

```
I =
    4.3815 - 1.6105i
    1.4231 + 1.0860i
    2.9584 - 2.6965i
```

```
ans =
    4.6682
ans =
```

```

-20.1819
ans =
    1.7902
ans =
   37.3469
ans =
    4.0029
ans =
  -42.3482

```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 4.38 - j1.6 = 4.7 \angle -20.2^\circ \\ \dot{I}_2 = 1.4 + j1.09 = 1.79 \angle 37.3^\circ \\ \dot{I}_3 = 2.96 - j2.7 = 4.0 \angle -42.3^\circ \end{cases}$$

## 8. 解四元一次方程组程序

**【例 B-13】** 解四元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 8-j2 & j2 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & -j5 & 8-j4 & 6+j5 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit matrixequation44.m
```

将程序修改为

```

% matrixequation44.m A = [(8-j*2),j*2,-8,0;0,1,0,0;-8,-j*5,(8-j*4),(6+j*5);0,
0,-1,1]
B = [10,-3,0,4]';
I = inv(A) * B
abs(I(1))
angle(I(1))*180/pi
abs(I(2))
angle(I(2))*180/pi
abs(I(3))
angle(I(3))*180/pi
abs(I(4))
angle(I(4))*180/pi

```

再执行命令

```
Matrixequation44
```

得



```

I =
    0.2828 - 3.6069i
    -3.0000
    -1.8690 - 4.4276i
    2.1310 - 4.4276i
ans =
    3.6180
ans =
   -85.5175
ans =
     3
ans =
   180
ans =
    4.8059
ans =
  -112.8855
ans =
    4.9137
ans =
  -64.2981

```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} I_1 = 0.28 - j3.6 = 3.6 \angle -85.5^\circ \\ I_2 = -3 = 3 \angle 180^\circ \\ I_3 = -1.87 - j4.43 = 4.8 \angle -112.9^\circ \\ I_4 = 2.13 - j4.43 = 4.9 \angle -64.3^\circ \end{cases}$$

## 9. 解五元一次方程组程序

**【例 B-14】** 解五元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

解：在 MATLAB 命令窗口，执行如下命令。

```
>> edit matrixequation55.m
```

将程序修改为

```

% matrixequation55.m
A = [2 1 1 1 1; 1 2 1 1 1; 1 1 3 1 1; 1 1 1 4 1; 1 1 1 1 5]
B = [2,0,3,-2,5]'

```

$X = A \setminus B$

再执行命令

Matricequation55

得

$A =$

```

2    1    1    1    1
1    2    1    1    1
1    1    3    1    1
1    1    1    4    1
1    1    1    1    5

```

$B =$

```

2
0
3
-2
5

```

$X =$

```

1.0000
-1.0000
1.0000
-1.0000
1.0000

```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} X_1 = 1 \\ X_2 = -1 \\ X_3 = 1 \\ X_4 = -1 \\ X_5 = 1 \end{cases}$$

## 10. 解六元一次方程组程序

**【例 B-15】** 解六元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \\ 13 \\ 17 \end{pmatrix}$$

解: 在 MATLAB 命令窗口, 执行如下命令。

```
>> edit matrixequation66. m
```

将程序修改为

```
% matrixequation66. m
A = [6 5 4 3 2 1; 5 6 5 4 3 2; 4 5 6 5 4 3; 3 4 5 6 5 4; 2 3 4 5 6 5; 1 2 3 4 5 6]
B = [11,9,9,9,13,17]'
X = A\B
```

再执行命令

```
Matrixequation66
```

得

```
A =
     6     5     4     3     2     1
     5     6     5     4     3     2
     4     5     6     5     4     3
     3     4     5     6     5     4
     2     3     4     5     6     5
     1     2     3     4     5     6

B =
    11
     9
     9
     9
    13
    17

X =
    3.0000
   -1.0000
    0.0000
   -2.0000
     0
    4.0000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} X_1 = 3 \\ X_2 = -1 \\ X_3 = 0 \\ X_4 = -2 \\ X_5 = 0 \\ X_6 = 4 \end{cases}$$

# 附录 C C 语言实用程序

这里列出的 C 语言程序是与电路基础中电路计算有关的若干 C 语言应用程序。先是这些程序的清单，之后是这些程序的应用例子。在使用这些程序之前，要把 VC6.0 软件安装到计算机上。



## C.1 若干 C 语言实用程序

### 1. 复数代数式和极坐标式转换——极坐标式变代数式

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
main()
{
    trans17();
}
trans17() //极坐标式变代数式
{
    float a,b,r,x;
    printf("请输入模和辐角(单位是度) r,x:");
    scanf("%f,%f",&r,&x);
    // r=5.0;
    // x=126.8;
    x=x/360*6.28;
    a=r*cos(x);
    b=r*sin(x);
    printf("a=%f\n",a);
    printf("b=%f\n",b);
}
```

### 2. 复数代数式和极坐标式转换——代数式变极坐标式

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
main()
{
    trans16();
}
trans16() //代数式变极坐标式
```

```

{
    float a,b,y,sum;
    printf( " 请输入复数 a + bi 中的 a,b: " );
    scanf( " %f,%f" ,&a,&b) ;
    // a = -3. 0;
    // b =4. 0;
    y = a* a + b* b;
    sum = sqrt( y) ;
    printf( " r = %f\n" ,sum) ;
    y = atan( b/a) ;
    y = ( y/6. 28) * 360. 0;
    if ( a < 0 && b > 0) { y = 180. 0 + y; }
    if ( a < 0 && b < 0) { y = 180. 0 - y; y = - y; }
    printf( " y = %f\n" ,y) ;
}

```

### 3. 求代数形式复数的倒数，输出代数形式与极坐标形式

```

#include <stdlib. h>
#include <math. h>
main( )
{
    trans18( ) ;
}
trans18( ) //计算复数代数式的倒数
{
    float a,b,y,r,p;
    printf( " 请输入复数 a + bi 中的 a,b: " );
    scanf( " %f,%f" ,&a,&b) ;
    // a =6. 0;
    // b = -8. 0;
    y = a* a + b* b;
    p = a/y; a = p;
    printf( " a = %f\n" ,a) ;
    y = -b/y; b = y;
    printf( " b = %f\n" ,b) ;
    r = sqrt( a* a + b* b) ;
    printf( " r = %f\n" ,r) ;
    y = atan( b/a) ;
    y = ( y/6. 28) * 360. 0;
    if ( a < 0 && b > 0) { y = 180. 0 + y; }
    if ( a < 0 && b < 0) { y = 180. 0 - y; y = - y; }
    printf( " y = %f\n" ,y) ;
}

```

#### 4. 求两个代数形式复数之积，输出代数形式与极坐标形式

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
main( )
{
    Trans19( );
}

Trans19( ) //求两个代数形式复数之积
{
    float a,b,c,d,y,r,p;
    printf( " 请输入复数被乘数 a + bi 中的 a,b: " );
    scanf( " %f,%f" ,&a,&b );
    printf( " 请输入复数乘数 c + di 中的 c,d: " );
    scanf( " %f,%f" ,&c,&d );
    p = ( a* c - b* d );
    r = ( b* c + a* d );
    a = p;
    printf( " a = %f\n" ,a );
    b = r;
    printf( " b = %f\n" ,b );
    r = sqrt( a* a + b* b );
    printf( " r = %f\n" ,r );
    y = atan( b/a );
    y = ( y/3.14 ) * 180.0;
    if ( a < 0 && b > 0 ) { y = 180.0 + y; }
    if ( a < 0 && b < 0 ) { y = 180.0 - y; y = -y; }
    printf( " y = %f\n" ,y );
}
```

#### 5. 求两个代数形式复数相除所得之商，输出代数形式与极坐标形式

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
main( )
{
    Trans20( );
}

Trans20( ) //两个代数形式复数相除
{
    float a,b,c,d,y,r,p;
    printf( " 请输入复数被除数 a + bi 中的 a,b: " );
    scanf( " %f,%f" ,&a,&b );
```

```

printf( " 请输入复数除数 c + di 中的 c,d: " );
scanf( "%f,%f",&c,&d );
y = c* c + d* d;
p = ( a* c + b* d ) /y;
r = ( b* c - a* d ) /y;
a = p;
printf( " a = %f\n",a );
b = r;
printf( " b = %f\n",b );
r = sqrt( a* a + b* b );
printf( " r = %f\n",r );
y = atan( b/a );
y = ( y/3.14) * 180.0;
if ( a < 0 && b > 0) { y = 180.0 + y; }
if ( a < 0 && b < 0) { y = 180.0 - y; y = - y; }
printf( " y = %f\n",y );
}

```

## 6. 求解实系数二元一次方程组

```

#include "stdio.h"
#include "agaus.c"
main( )
{
    int i;
    static double a[2][2] =
        { { 7.0,3.0 } ,
          { 1.0, -2.0 } , };
    static double b[2] = { 2.0, -3.0 };
    if ( agaus( a,b,2) != 0)
        for ( i = 0; i <= 1; i ++ )
            printf( "x( %d) = %e\n",i,b[i] );
}

```

## 7. 求解实系数三元一次方程组

```

#include "stdio.h"
#include "agaus.c"
main( )
{
    int i;
    static double a[3][3] =
        { { 2.0,2.0, -3.0 } ,
          { 1.0,2.0,1.0 } ,
          { 3.0,9.0,2.0 } , };

```

```
static double b[3] = {9.0, 4.0, 19.0};
if ( agaus( a, b, 3) != 0)
    for ( i=0; i <= 2; i++)
        printf( "x( %d) = %e\n", i, b[i] );
}
```

## 8. 求解实系数四元一次方程组

```
#include "stdio. h"
#include " agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a[4][4] =
        { { 0. 2368, 0. 2471, 0. 2568, 1. 2671 } ,
          { 0. 1968, 0. 2071, 1. 2168, 0. 2271 } ,
          { 0. 1581, 1. 1675, 0. 1768, 0. 1871 } ,
          { 1. 1161, 0. 1254, 0. 1397, 0. 1490 } } ;
    static double b[4] = { 1. 8471, 1. 7471, 1. 6471, 1. 5471 } ;
    if ( agaus( a, b, 4) != 0)
        for ( i=0; i <= 3; i++)
            printf( "x( %d) = %e\n", i, b[i] );
}
```

## 9. 求解实系数五元一次方程组

```
#include "stdio. h"
#include " agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a[5][5] =
        { { 2. 0, 1. 0, 1. 0, 1. 0, 1. 0 } ,
          { 1. 0, 2. 0, 1. 0, 1. 0, 1. 0 } ,
          { 1. 0, 1. 0, 3. 0, 1. 0, 1. 0 } ,
          { 1. 0, 1. 0, 1. 0, 4. 0, 1. 0 } ,
          { 1. 0, 1. 0, 1. 0, 1. 0, 5. 0 } } ;
    static double b[5] = { 2. 0, 0. 0, 3. 0, -2. 0, 5. 0 } ;
    if ( agaus( a, b, 5) != 0)
        for ( i=0; i <= 4; i++)
            printf( "x( %d) = %e\n", i, b[i] );
}
```



## 10. 求解实系数六元一次方程组

```
#include "stdio. h"
#include "agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a[5][5] =
        { { 2.0,1.0,1.0,1.0,1.0} ,
          { 1.0,2.0,1.0,1.0,1.0} ,
          { 1.0,1.0,3.0,1.0,1.0} ,
          { 1.0,1.0,1.0,4.0,1.0} ,
          { 1.0,1.0,1.0,1.0,5.0} } ;
    static double b[5] = { 2.0,0.0,3.0, -2.0,5.0} ;
    if ( agaus( a,b,5) !=0)
        for ( i=0; i<=4; i++)
            printf( "x( %d) = %e\n" ,i,b[i] );
}
```

## 11. 求解复系数二元一次方程组

```
#include "stdio. h"
#include "acgas. c"
main( )
{ int i;
    static double ar[2][2] = { { 0.0,1.0} ,
                                { -2.0,2.0} ,
                                };
    static double ai[2][2] = { { -1.0,0.0} ,
                                { 0.0,1.0} ,
                                };
    static double br[2] = { 3.468,0.0} ;
    static double bi[2] = { -2.0,16.0} ;
    if ( acgas( ar,ai,2,br,bi) !=0)
        for ( i=0; i<=1; i++)
            printf( "b( %d) = %13.7e + j %13.7e\n" ,i,br[i],bi[i] );
}
```

## 12. 求解复系数三元一次方程组

```
#include "stdio. h"
#include "acgas. c"
main( )
{ int i;
    static double ar[3][3] = { { 1.0, -1.0, -1.0} ,
```

```

        { 3.0,0.0,2.0} ,
        { 0.0,3.0,-2.0} } ;
static double ai [3] [3] = { { 0.0,0.0,0.0} ,
        { 4.0,0.0,1.0} ,
        { 0.0,-4.0,-1.0} ,
        } ;
static double br [3] = { 0.0,28.2,0.0} ;
static double bi [3] = { 0.0,10.26,0.0} ;
if ( acgas( ar,ai,3,br,bi) !=0)
    for ( i =0; i <=2; i ++ )
        printf( "b( %d) = %13.7e + j %13.7e\n",i,br [i ],bi [i ]) ;
}

```

### 13. 求解复系数四元一次方程组

```

#include "stdio. h"
#include "acgas. c"
main( )
{
    int i;
    static double ar [4] [4] = { { 1.0,3.0,2.0,13.0} ,
        { 7.0,2.0,1.0,-2.0} ,
        { 9.0,15.0,3.0,-2.0} ,
        { -2.0,-2.0,11.0,5.0} } ;
    static double ai [4] [4] = { { 3.0,-2.0,1.0,6.0} ,
        { -2.0,7.0,5.0,8.0} ,
        { 9.0,-3.0,15.0,1.0} ,
        { -2.0,-2.0,7.0,6.0} } ;
    static double br [4] = { 2.0,7.0,3.0,9.0} ;
    static double bi [4] = { 1.0,2.0,-2.0,3.0} ;
    if ( acgas( ar,ai,4,br,bi) !=0)
        for ( i =0; i <=3; i ++ )
            printf( "b( %d) = %13.7e + j %13.7e\n",i,br [i ],bi [i ]) ;
}

```



## C.2 若干 C 语言实用程序使用方法

### 1. 由极坐标式变代数式

**【例 C-1】** 求复数极坐标式  $A_1 = 150 \angle -120^\circ$  所对应的代数式

**解：** 打开“复数极坐标式变复数代数式程序”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“r, x: 150, -120”，

运行结果为

```
请输入模和幅角（单位是度） r,x:150,-120
a=-74.862015
b=-129.983383
```

这表明极坐标式  $A_1 = 150 \angle -120^\circ$  所对应的代数式为

$$A_1 = -74.862 - 129.983j$$

**【例 C-2】** 求复数极坐标式  $A_2 = 44 \angle 23.1^\circ$  所对应的代数式

解：打开“复数极坐标式变复数代数式程序”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“r, x: 44, 23.1”，运行结果为

```
请输入模和幅角（单位是度） r,x:44,23.1
a=40.475674
b=17.254560
```

这表明极坐标式  $A_2 = 44 \angle 23.1^\circ$  所对应的代数式为

$$A_2 = 40.476 + 17.255j$$

## 2. 由代数式变极坐标式

**【例 C-3】** 求复数代数式  $A_3 = 4 - 3j$  所对应的极坐标式

解：打开“复数代数式变极坐标式程序”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: 4, -3”，运行结果为

```
请输入复数a+bi中的 a,b:4,-3
r=5.000000
y=-36.885599
```

这表明代数式  $A_3 = 4 - 3j$  所对应的极坐标式为

$$A_3 = 5 \angle -36.9^\circ$$

**【例 C-4】** 求复数代数式  $A_4 = -5 - 12j$  所对应的极坐标式

解：打开“复数代数式变极坐标式程序”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: -5, -12”，运行结果为

```
请输入复数a+bi中的 a,b:-5,-12
r=13.000000
y=-112.585686
```

这表明代数式  $A_4 = -5 - 12j$  所对应的极坐标式为

$$A_4 = 13 \angle -112.6^\circ$$

## 3. 求代数形式复数的倒数，输出代数形式与极坐标形式

**【例 C-5】** 求复数代数式  $A_5 = 6 - 8j$  所对应的倒数

解：打开“求代数形式复数的倒数”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入

VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: 6, -8”，运行结果为

```
请输入复数a+bi中的 a,b:6,-8
a=0.060000
b=0.080000
r=0.100000
y=53.157051
```

这表明复数代数式  $A_5 = 6 - 8j$  的倒数为

$$1/A_5 = 0.06 + 0.08i = 0.1 \angle 53.2^\circ$$

**【例 C-6】** 求复数代数式  $A_6 = 6 + 8j$  所对应的倒数

解：打开“求代数形式复数的倒数”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: 6, 8”，运行结果为

```
请输入复数a+bi中的 a,b:6,8
a=0.060000
b=-0.080000
r=0.100000
y=-53.157051
```

这表明复数代数式  $A_6 = 6 + 8j$  的倒数为

$$1/A_6 = 0.06 - 0.08i = 0.1 \angle -53.2^\circ$$

#### 4. 求两个代数形式复数之积，输出代数形式与极坐标形式

**【例 C-7】** 求复数代数式  $A_7 = a + ib = -1.3 + i4.5$  和  $A_8 = c + id = 7.6 + i3.6$  的乘积

解：打开“求两个代数形式复数之积”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: -1.3, 4.5”和“c, d: 7.6, 3.6”，运行结果为

```
请输入复数被乘数a+bi中的 a,b:-1.3,4.5
请输入复数乘数c+di中的 c,d:7.6,3.6
a=-26.080000
b=29.520000
r=39.390314
y=131.434967
```

这表明复数代数式  $A_7 = a + ib = -1.3 + i4.5$  和  $A_8 = c + id = 7.6 + i3.6$  的乘积

$$A_7 * A_8 = a + ib = -26.08 + i29.52 = 39.39 \angle 131.4^\circ$$

**【例 C-8】** 求复数代数式  $A_9 = a + ib = -1.3 + i4.5$  和  $A_{10} = c + id = -7.6 - i3.6$  的乘积

解：打开“求两个代数形式复数之积”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: -1.3, 4.5”和“c, d: -7.6, -3.6”，运行结果为

```
请输入复数被乘数a+bi中的 a,b:-1.3,4.5
请输入复数乘数c+di中的 c,d:-7.6,-3.6
a=26.080000
b=-29.520000
r=39.390314
y=-48.565025
```

这表明复数代数式  $A_9 = a + ib = -1.3 + i4.5$  和  $A_{10} = c + id = -7.6 - i3.6$  的乘积

$$A_9 * A_{10} = a + ib = 26.08 - i29.52 = 39.39 \angle -48.6^\circ$$

### 5. 求两个代数形式复数相除所得之商，输出代数形式与极坐标形式

**【例 C-9】** 复数代数式  $A_{11} = a + ib = -1.3 + i4.5$  为被除数， $A_{12} = c + id = 7.6 - i3.6$  为除数，求商

**解：** 打开“求两个代数形式复数相除所得之商”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: -1.3, 4.5”和“c, d: 7.6, -3.6”，运行结果为

```
请输入复数被除数a+bi中的a,b:-1.3,4.5
请输入复数除数c+di中的 c,d:7.6,-3.6
a=-0.368778
b=0.417421
r=0.556990
y=131.434967
```

这表明复数代数式  $A_{11} = a + ib = -1.3 + i4.5$  为被除数， $A_{12} = c + id = 7.6 - i3.6$  为除数，所得商为

$$A_{11} / A_{12} = a + ib = -0.368778 + i0.417421 = 0.557 \angle 131.4^\circ$$

**【例 C-10】** 复数代数式  $A_{13} = a + ib = 3 + i4$  为被除数， $A_{14} = c + id = 6 - i8$  为除数，求商

**解：** 打开“求两个代数形式复数相除所得之商”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序编译并执行，在提示输入时，输入“a, b: 3, 4”和“c, d: 6, -8”，运行结果为

```
请输入复数被除数a+bi中的a,b:3,4
请输入复数除数c+di中的 c,d:6,-8
a=-0.140000
b=0.480000
r=0.500000
y=106.222801
```

这表明复数代数式  $A_{13} = a + ib = 3 + i4$  为被除数， $A_{14} = c + id = 6 - i8$  为除数，所得商为

$$A_{13} / A_{14} = a + ib = -0.14 + i0.48 = 0.5 \angle 106.2^\circ$$

### 6. 求解实系数二元一次方程组

**【例 C-11】** 解二元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**解：** 打开“求解实系数二元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio.h"
#include "agaus.c"
main()
{
    int i;
    static double a[2][2] =
```

```

        { { 7.0, 3.0 } ,
          { 1.0, -2.0 } , };
static double b[2] = { 2.0, -3.0 };
if ( agaus( a, b, 2) != 0)
    for ( i=0; i <= 1; i++)
        printf( "x( %d) = %e\n" , i, b [i] );
}

```

编译并执行，运行结果为

```

x<0>=-2.941176e-001
x<1>=1.352941e+000

```

这表明方程的解为

$$\begin{cases} x_0 = -0.294 \\ x_1 = 1.35 \end{cases}$$

## 7. 求解实系数三元一次方程组

**【例 C-12】** 解三元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 19 \end{pmatrix}$$

**解：** 打开“求解实系数三元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```

#include "stdio. h"
#include " agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a[3][3] =
        { { 2.0, 2.0, -3.0 } ,
          { 1.0, 2.0, 1.0 } ,
          { 3.0, 9.0, 2.0 } , };
    static double b[3] = { 9.0, 4.0, 19.0 };
    if ( agaus( a, b, 3) != 0)
        for ( i=0; i <= 2; i++)
            printf( "x( %d) = %e\n" , i, b [i] );
}

```

编译并执行，运行结果为

```

x<0>=1.000000e+000
x<1>=2.000000e+000
x<2>=-1.000000e+000

```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

## 8. 求解实系数四元一次方程组

**【例 C-13】** 解四元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 0.2368 & 0.2471 & 0.2568 & 1.2671 \\ 0.1968 & 0.2071 & 1.2168 & 0.2271 \\ 0.1581 & 1.1675 & 0.1768 & 0.1871 \\ 1.1161 & 0.1254 & 0.1397 & 0.1490 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.8471 \\ 1.7471 \\ 1.6471 \\ 1.5471 \end{pmatrix}$$

**解：** 打开“求解实系数四元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio.h"
#include "agaus.c"
main()
{
    int i;
    static double a[4][4] =
        { { 0.2368,0.2471,0.2568,1.2671} ,
          { 0.1968,0.2071,1.2168,0.2271} ,
          { 0.1581,1.1675,0.1768,0.1871} ,
          { 1.1161,0.1254,0.1397,0.1490} };
    static double b[4] = { 1.8471,1.7471,1.6471,1.5471 };
    if ( agaus( a,b,4) != 0)
        for ( i = 0; i <= 3; i ++ )
            printf( "x( %d) = %e\n" ,i,b[i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
x<0>=1.040577e+000
x<1>=9.870508e-001
x<2>=9.350403e-001
x<3>=8.812823e-001
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 1.040577 \\ x_1 = 0.9870508 \\ x_2 = 0.9350483 \\ x_3 = 0.8812823 \end{cases}$$

## 9. 求解实系数五元一次方程组

**【例 C-14】** 解五元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

解：打开“求解实系数五元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio. h"
#include " agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a [5] [5] =
        { { 2. 0,1. 0,1. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,2. 0,1. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,3. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,1. 0,4. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,1. 0,1. 0,5. 0} };
    static double b [5] = { 2. 0,0. 0,3. 0, -2. 0,5. 0};
    if ( agaus( a,b,5) !=0)
        for ( i=0; i <=4; i++)
            printf( "x( %d) = %e\n" ,i,b [i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
x<0>=1. 000000e+000
x<1>=-1. 000000e+000
x<2>=1. 000000e+000
x<3>=-1. 000000e+000
x<4>=1. 000000e+000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -1 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

## 10. 求解实系数六元一次方程组

**【例 C-15】** 解六元一次线性方程组



$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \\ 13 \\ 17 \end{pmatrix}$$

解：打开“求解实系数六元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio. h"
#include " agaus. c"
main( )
{
    int i;
    static double a [5] [5] =
        { { 2. 0,1. 0,1. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,2. 0,1. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,3. 0,1. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,1. 0,4. 0,1. 0} ,
          { 1. 0,1. 0,1. 0,1. 0,5. 0} } ;
    static double b [5] = { 2. 0,0. 0,3. 0, -2. 0,5. 0} ;
    if ( agaus( a,b,5) != 0)
        for ( i=0; i <=4; i ++ )
            printf( "x( %d) = %e\n" ,i,b [i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
x<0>=3. 000000e+000
x<1>=-1. 000000e+000
x<2>=-6. 661338e-016
x<3>=-2. 000000e+000
x<4>=-1. 498801e-015
x<5>=4. 000000e+000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 3 \\ x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = -2 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 4 \end{cases}$$

## 11. 求解复系数二元一次方程组

**【例 C-16】** 解二元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} -j & 1 \\ -2 & 2+j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.468-j2 \\ 16j \end{pmatrix}$$

**解：** 这是一个  $AX=B$  的方程，解这类复系数方程时，要先把矩阵  $A$  的实部和虚部分开，分别放在两个同阶数方阵  $AR$  和  $AI$  里，再把列向量  $B$  的实部和虚部分开，放在两个列向量  $BR$  和  $BI$  里。对于本例就有

$$AR = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, AI = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BR = (3.468, 0), BI = (-2, 16)$$

打开“求解复系数二元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio.h"
#include "acgas.c"
main()
{ int i;
  static double ar[2][2] = { { 0.0,1.0} ,
                              { -2.0,2.0} ,
                              };
  static double ai[2][2] = { { -1.0,0.0} ,
                              { 0.0,1.0} ,
                              };
  static double br[2] = { 3.468,0.0};
  static double bi[2] = { -2.0,16.0};
  if ( acgas( ar,ai,2,br,bi) != 0)
    for ( i=0; i<=1; i++)
      printf( "b( %d) = %13.7e + j %13.7e\n",i,br[i],bi[i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
b<0>=4.6055385e+000 +j -2.4403077e+000
b<1>=5.9083077e+000 +j 2.6055385e+000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 4.6055 - j2.4403 \\ x_1 = 5.9083 + j2.6055 \end{cases}$$

## 12. 求解复系数三元一次方程组

**【例 C-17】** 解三元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3+j4 & 0 & 2+j \\ 0 & 3-j4 & -2-j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 28.2 + j10.26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

解：这是一个  $AX=B$  的方程，解这类复系数方程时，要先把矩阵  $A$  的实部和虚部分开，分别放在两个同阶数方阵 AR 和 AI 里，再把列向量  $B$  的实部和虚部分开，放在两个列向量 BR 和 BI 里。对于本例就有

$$AR = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}, AI = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$BR = (0, 28.2, 0)', BI = (0, 10.26, 0)'$$

打开“求解复系数三元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio.h"
#include "acgas.c"
main()
{ int i;
  static double ar[3][3] = { { 1.0, -1.0, -1.0 },
                              { 3.0, 0.0, 2.0 },
                              { 0.0, 3.0, -2.0 } };
  static double ai[3][3] = { { 0.0, 0.0, 0.0 },
                              { 4.0, 0.0, 1.0 },
                              { 0.0, -4.0, -1.0 },
                              };
  static double br[3] = { 0.0, 28.2, 0.0 };
  static double bi[3] = { 0.0, 10.26, 0.0 };
  if ( acgas( ar, ai, 3, br, bi ) != 0)
    for ( i = 0; i <= 2; i ++ )
      printf( "b( %d ) = %13.7e + j %13.7e\n", i, br[i], bi[i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
b<0>=4.3815374e+000 +j -1.6105196e+000
b<1>=1.4231317e+000 +j 1.0859786e+000
b<2>=2.9584057e+000 +j -2.6964982e+000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 4.38 - j1.6 \\ x_1 = 1.4 + j1.09 \\ x_2 = 2.96 - j2.7 \end{cases}$$

## 13. 求解复系数四元一次方程组

【例 C-18】解四元一次线性方程组

$$\begin{pmatrix} 8-j2 & j2 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & -j5 & 8-j4 & 6+j5 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

解：这是一个  $AX=B$  的方程，解这类复系数方程时，要先把矩阵  $A$  的实部和虚部分开，分别放在两个同阶数方阵  $AR$  和  $AI$  里，再把列向量  $B$  的实部和虚部分开，放在两个列向量  $BR$  和  $BI$  里。对于本例就有

$$AR = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, AI = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$BR = (10, -3, 0, 4)', BI = (0, 0, 0, 0)'$$

打开“求解复系数四元一次方程组”文件夹，双击扩展名为“DSW”的文件，将进入 VC6.0 编译环境，将程序修改为

```
#include "stdio.h"
#include "acgas.c"
main()
{ int i;
  static double ar[4][4] = { { 8.0,0.0, -8.0,0.0 } ,
                              { 0.0,1.0,0.0,0.0 } ,
                              { -8.0,0.0,8.0,6.0 } ,
                              { 0.0,0.0, -1.0,1.0 } };
  static double ai[4][4] = { { -2.0,2.0,0.0,0.0 } ,
                              { 0.0,0.0,0.0,0.0 } ,
                              { 0.0, -5.0, -4.0,5.0 } ,
                              { 0.0,0.0,0.0,0.0 } };
  static double br[4] = { 10.0, -3.0,0.0,4.0 };
  static double bi[4] = { 0.0,0.0,0.0,0.0 };
  if ( acgas( ar,ai,4,br,bi) != 0)
    for ( i=0; i<=3; i++)
      printf( "b( %d) = %13.7e + j %13.7e\n", i, br[i], bi[i] );
}
```

编译并执行，运行结果为

```
b<0>=2.8275862e-001 +j -3.6068966e+000
b<1>=-3.0000000e+000 +j 0.0000000e+000
b<2>=-1.8689655e+000 +j -4.4275862e+000
b<3>=2.1310345e+000 +j -4.4275862e+000
```

这表明方程组的解为

$$\begin{cases} x_0 = 2.82 - j3.6 \\ x_1 = -3 \\ x_2 = -1.87 - j4.43 \\ x_3 = 2.13 - j4.43 \end{cases}$$

# 参 考 文 献

- [1] 秦曾煌. 电工学 (上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [2] 吴青萍, 等. 电路基础 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2010.
- [3] 卢元元, 等. 电路理论基础 (第二版) [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012.
- [4] Charles K. Alexander, 等. 高歌. 电路基础 (第3版) [M]. 北京: 北京清华大学出版社, 2010.
- [5] 张升平, 等. 电工原理习题集解答 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1980.
- [6] 求是科技. MATLAB7.0 从入门到精通 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2006.
- [7] 占君, 等. MATLAB 函数查询手册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [8] 谭浩强. C 程序设计 (第3版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [9] 谭浩强. C 程序设计题解与上机指导 (第3版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [10] 徐士良. C 常用算法程序集 (第2版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [11] 周润景, 等. 基于 Proteus 的电路及单片机设计与仿真 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010.
- [12] 杜树春. 基于 Proteus 和 Keil C51 的单片机设计与仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [13] 杜树春. 基于 Proteus 的数字集成电路快速上手 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [14] 杜树春. 基于 Proteus 的模拟电路分析与仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.